

С Т Е Н О Г Р А М М А

заседания Объединенного Ученого совета по физико-математическим и техническим наукам

г.Новосибирск

12 января 1960 г.

Утреннее заседание

ЛАВРЕНТЬЕВ М.А. - Разрешите заседание Объединенного ученого совета объявить открытым. Сегодня у нас две защиты и ряд текущих дел.

РАБОТНОВ Ю.Н. - В повестке есть вопрос - утверждение индивидуальных планов. Но, поскольку, у нас защита, вряд ли есть смысл занимать Ученый совет этим вопросом.

ЛАВРЕНТЬЕВ М.А. - Безусловно, не имеет смысла. Значит одним пунктом меньше.

КАРАНДЕЕВ К.Б. - У нас тоже уже утверждены руководители аспирантов.

ЛАВРЕНТЬЕВ М.А. - Значит пункты 5- и 6-й снимаются. В перерыв мы устроим еще закрытый Ученый совет, который состоит из небольшого количества лиц. Будет одна защита.

Переходим к первой защите Чириковым Б.В. диссертации на соискание Ученой степени кандидата физико-математических наук на тему "Нелинейные колебания в системах, близких к консервативным". Слово для оглашения данных о диссертанте имеет А.К. Черненко.

ЧЕРНЕНКО А.К. - (зачитывает данные о Чирикове Б.В.)

ЛАВРЕНТЬЕВ М.А. - Есть какие вопросы? Нет. Тогда переходим к защите. Слово имеет Б.В. Чириков.

ЧИРИКОВ Б.В. - Целью работы, о которой я сейчас коротко расскажу, являлось исследование общего поведения нелинейных колебательных систем под действием возмущения.

Надо сказать, что теория нелинейных колебаний, как и исследования в настоящий момент проводятся по двум совершенно различным направлениям, резко различающимся между собой. Это с одной стороны классическая теория, связанная с практическим применением к радиотехнике, в которой изучаются главным образом периодические режимы в нелинейных системах и их свойства.

С другой стороны существует совершенно другая область, изучающая движение нелинейных систем, это так называемая метрическая теория динамических систем, не модная сейчас, которая также изучает общие свойства движения нелинейных колебательных систем...

...Однако нужно сказать, что эта область математики, хотя там получен ряд чрезвычайно важных и интересных результатов, она весьма далека от физических систем, и применить ее чрезвычайно трудно, поскольку не существует каких-либо критериев, во всяком случае, в самой этой теории, применимости ее утверждений и теорем к тем нелинейным колебаниям, которые интересуют физиков.

Нужно сказать, что до последнего времени запросы практики, практические требования вполне удовлетворились изуче-

нием периодических процессов в нелинейных системах. Этому посвящено большое количество работ в обычной теории нелинейных колебаний.

Дело заключается в том, что основной областью приложения были механические, электрические и радиосистемы, в которых имелись сильные затухания и там, по существу, были в той или иной форме периодические режимы, ~~оставалось ос- тавалось на устойчивости, и только в переходной области мож- но было приложить.~~

В последнее время успехи ~~радио-метр~~... техники ^{(привели к росту, до сущего} ~~в этих~~ части систем является совершенно недостаточным. Это, во- первых, ускорители заряженных частиц и, во-вторых, установки, связанные с попыткой получения управляемых термоядерных реак- ций. В таких системах частицы колеблются и совершают огромное число колебаний. Причем практически никакого затухания здесь нет, и периодические режимы в такой системе являются совер- шенно исключительным случаем. И требуется изучение ^{общего} поведе- ния частиц в таких системах.

С другой стороны, можно упомянуть, что имелась очень интересная работа ленинградского физика Крылова, который как раз пытался, идя от теории динамиче- ^{ских} ~~ской~~ системы, этой чисто математической области, соединить ее с реальными физи- ческими областями. И им был сделан ряд попыток применить ее к реальным системам.

Та работа, о которой я хочу рассказать, представляет попытку двигаться в обратном направлении, исходя из теории нелинейных колебаний, получить общее решение, не ограничиваясь только периодическими ~~системами~~ ^{решениями}, и как то исследовать ~~их~~ поведение нелинейных колебаний системы. В работе как раз рассматривается тот случай, когда имеет место неперодическое решение.

Нужно сказать, что существует частная область физики, а именно теория ~~физики~~ ^{графиков} колебаний в ускорителях, в которых ~~поведение нелинейных систем изучалось~~ ^{общее} ~~Механизм, открытый~~ ^{каждодневный} ~~Бато...~~ ^{Бато...}, открытый Мак-Миланом и Векслерами как раз относится к ним. ~~Нужно было как то исследовать общее поведение нелинейных систем, ибо~~ Интересно отметить, что как это ни странно, эти ~~системы никак не вышли за пределы вот этой~~ ^{исследования} конкретной практической области, в которой они применялись, и не имели влияния на развитие теории нелинейных колебаний...

...Нелинейные системы, которые рассматривались в работе, характеризуются вот таким _____, это есть кинетическая теория с производным потенциалом _____.

Все эти возмущения характеризуются малым параметром и возмущение является малым.

Основным методом исследования служила некоторая специальная форма ^{теории возмущений}, так называемый метод усреднения и поэтому возмущение считаем малым, чтобы производить аналитическое

исследование, потому что всегда необходимо в такой богатой области иметь хотя бы грубое и приближенное аналитическое представление о движении, потому что ~~если добиться решения~~ с помощью численного метода, никогда не будешь уверенным, что сделано правильно, а если иметь аналитические ~~расчеты~~ *расчеты*, можно выбрать наиболее интересные явления, достойные изучения.

Как я говорил, методом исследования был метод ~~теоретического~~ возмущения. Прежде всего, уравнение записывалось в виде уравнения по отношению к интегралам ~~колебаний~~ *нелинейных* колебаний, или переменных действия.

Попутно я хотел бы обратить внимание на такую простую и интересную формулу, которая получена *для изменения I* под действием возмущения. Как ни странно, эта формула ни в одной из работ не была получена, хотя она имеет очень прозрачный и наглядный вид. Получилась такая наглядная формула, которая показывает почему и в каком случае *I* изменяется и по каким причинам.

Далее, ~~исследовались данные первого приближения~~ и исследовалось уравнение первого приближения. Оказалось, прежде всего, что самым существенным свойством нелинейного осциллятора является отрыв этого нудя от производного. Если записать это производное в таком виде, причем случай слабых нелинейных систем соответственно Альфа много меньше

единицы. Оказалось, что он является более сложным, чем когда Альфа порядка больше единицы...

...Основным ^{процессом} физическим ~~принципом~~, наиболее существенным, в нелинейном осцилляторе являются так называемые фазовые колебания. Этот термин заимствован из теории ускорителей. Их можно ^{представить} ~~построить~~ следующим образом. Если нелинейная система находится в резонансе, то в случае линейной системы будет непрерывное нарастание энергии: в случае нелинейной системы частота будет совершать лишь некоторые колебания, амплитуда и ^{задача} ~~колебание~~ которых дается такой формулой:

Графики фазовых колебаний приведены на этих рисунках. Они могут иметь различный вид. Здесь, например, они имеют вид пилы; нижние имеют вид, близкий к синусоиде и т.д.

Если система очень сложна, т.е. содержит много гармоник (нелинейная система), то ~~такое явление~~ фазовые колебания являются лишь приближением к действительности и зависят от малости возмущения. Здесь, например, дано для очень нехорошей системы, у которой фазовые колебания имели вид пилы. На самом деле вот этот приближенный вид фазовых колебаний от точки показывает действительное значение частоты, а эпсилон показывает масштаб возмущений.

Еще я хотел бы пояснить кратко механизм фазовых колебаний на примере обычной резонансной кривой, ~~которую рису-~~

~~от эти амплитуды.~~ Это частота, она изогнута, потому что система нелинейная и частота осциллятора зависит от его амплитуды. Верхняя кривая рассматривается как устойчивая, а нижняя - как неустойчивая. То-есть, если мы находимся вот в этой точке, то с точки зрения обычной теории она неустойчива, потому что система при малом отклонении уходит, куда-то очень далеко. Однако оказывается, что она не уходит, а начинает совершать колебания по ~~пробле-~~ ^{наиболее} ~~ме,~~ размах которой является средним геометрическим между шириной резонансной ^{ой} кривой ^{ой} и значением частоты системы.

Далее исследовалось взаимодействие на системе - это когда взаимодействует гармоническое возмущение одной частоты. Далее исследовалась взаимодействие нескольких возмущений с разными частотами.

Оказалось, когда ω имеет резонансное значение, частота системы имеет ряд значений. А здесь оказалось, что если частота фазовых колебаний много меньше расстояния между резонансными значениями, то имеют место стойкие фазовые колебания, ~~и увеличение колебания частоты энергии осциллятора.~~ Если же возмущения возрастают, ~~если~~ ^{или} расстояние между резонансами уменьшаются таким образом, что размах фазовых ^{колебаний} ~~на-~~ ^{брос} ~~чинает~~ ^{распадаются} ~~приходить~~ между резонансами, то возникает своеобразная стохастичность, неустойчивость, когда ^{Эксперимент} ~~система~~ ^б ~~начинает~~ стохастически меняться в различных направлениях, ~~и энер-~~ ~~гия тоже меняется стохастически...~~

... Физический смысл этой неустойчивости заключается в том, что колебания осциллятора стремятся к равновесию с внешними возмущениями и срываются. Если в системе есть затухание, то устанавливается некоторое распределение по энергии, соответствующее средней энергии такой системы.

В этом случае, когда имеет место такое стохастическое изменение осциллятора, решение уже нельзя определить с помощью не только аналитической функции, но даже с помощью численного счета, так как оказывается, что в этом случае вычисление системы движения является неустойчивым в каждой точке, т.е. небольшое отклонение изменяет очень сильно движение системы.

Поэтому естественно везде функции распределения коэффициент уравнения. _____ выражается через коэффициент с помощью _____, причем оказывается, что если возмущение носит характер внешней силы, то-есть не зависит от координат, то имеется соотношение, что облегчает решение и упрощает само управление.

Интересно отметить, что точно такое же соотношение имеется в другом случае, когда _____ является дельта-образным, т.е. предельно сильным, а в промежутках это не имеет места.

Результаты, полученные для исследования движения нелинейного осциллятора под действием возмущения, были применены к некоторым задачам, а именно прежде всего к изучению движения частиц в магнитном поле неоднородном, т.е. когда магнитные поля имеют такую конфигурацию, когда час-

длинная в
 тицы являются *замкнутой областью*, т.е. из области термоядерного устройства.

Изучение медленного изменения этого адиабатического *ин*варианта было сделано с помощью этого исследования.

Кроме того было изучено движение частиц в высокочастотных полях. Я не буду останавливаться на результатах, но отмечу только один качественный результат, который был получен, и он заключается в том, что если имеется какая-то низкочастотная модуляция полей или в случае, когда магнитные поля *имеет* являются *одномерными* *адиабатическими* *соединениями*, значительно облегчается и частицы значительно меньше времени находятся в магнитной ловушке.

Эти результаты сравнены с единственными экспериментальными данными по измерению опыта Родионова. Такие количественные данные сравнены с этими данными и обнаружилось согласие по порядку величин в виде сложных выражений и трудности оценки соответствующими уравнениями...

... Наконец, в заключение я бы хотел упомянуть еще о том, что вот рассмотрение закономерности движения таких нелинейных осцилляторов дает возможность построить сравнительно простые примеры, простые системы, в которых можно проследить переход от вполне определенного механического движения к статистическим закономерностям, возникающим при соответствующей величине возмущений.

С.А. Христианович : Какие вопросы будут ?

Проф. Рабинович : Вот у Вас написано выражение зависи - мости частоты от энергии ; вы говорите, что можете получить решение, когда альфа порядка единицы - когда альфа мала. Когда альфа очень велика, вы не можете получить, потому что когда вы будете проводить интегрирование фаз уравнений, вы выбрасываете зависимость члена от частоты. Вы получаете метод усреднения, который также позволяет получить хорошее выражение при общей нелинейности. Вопрос сводится к тому - имеется ли здесь область применимости ? Вы, в частности, в фазовом уравнении отбрасываете синус ϕ ?

Б.В. ЧИРКОВ : Да, это можно делать.

Проф. РАБИНОВИЧ : Это можно делать при большом альфа, если построим прохождение через резонанс. Но при большом альфа ваш метод не будет работать. Спрашивается, имеется ли какая-нибудь область применимости ваших результатов ?

Б.В. ЧИРКОВ Область применимости имеется. Может быть, действительно при альфа, перемещающемся к бесконечности - там и нельзя соответствующее приближение производить. Но если альфа ~ единицы, отбрасывание этих членов - допустимо, это можно показать, а вот при альфа, перемещающемся к нулю, этого сделать нельзя. И это есть... к тому, что уравнение стремится к интегрированию при общем случае зависимости энергии.

С.А. ХРИСТИАНОВИЧ: Еще какие вопросы? Нет. Тогда Юрий Борисович Румер, Вам предоставляется слово.

Проф. Ю.Б. РУМЕР : Товарищи ,я и мои сотрудники по лаборатории много занимались этой диссертацией, потому что она нас интересовала, и мы хотели посмотреть, что же, собственно, нового сделал Борис Валерьянович. Поэтому мы приложили много труда, чтобы в этом разобраться.

Мне кажется, что я больше могу пояснить собравшимся, что нового сделал Борис Валерьянович, потому что в его докладе было обще сделано, а я скажу, что нового он сделал и что есть интересного и важного в его работе.

Диссертация состоит из введения, трех глав, математического приложения. Диссертант исследует вопрос о поведении нелинейных колебательных систем по действию внешних возмущений.

Первая глава диссертации посвящена изучению процесса прохождения системы с одной степенью свободы через единственный резонанс. Явление изучается на простейшем примере гармонического возмущения, либо возмущения, действующего на гармонический, но нелинейный осциллятор. Кроме ранее известных случаев быстрого прохождения через резонанс и случая автофазировки, диссертант обнаружил явление медленного прохождения нелинейной колебательной системы через резонанс, при котором собственная частота и частота возмущения многократно оказываются близкими.

Это явление характерно для нелинейных систем, где оно имеет место для малой области начальных фаз.

Во второй главе обсуждается вопрос о периодическом прохождении колебательной системы через резонанс, в предположении, что время прохождения резонанса значительно меньше времени между двумя последовательными резонансами. Диссертант показал, что при больших значениях некоторого, введенного им, параметра, наступает своеобразная неустойчивость.

При этом фазы, в которых приходится резонанс, становятся случайными, а энергия системы может измениться значительно за достаточно большое время.

В главе третьей рассматриваются некоторые приложения результатов, полученных в первой и второй главах. Диссертант обсуждает вопрос о пределах применимости асимптотических методов в теории нелинейных колебаний и приходит к выводу, что при достаточно малом поглощении движение может стать стохастичным. Далее, с точки зрения введенного диссертантом критерия стохастичности рассматривается движение заряженной частицы в высокочастотной потенциальной яме. Наконец диссертант рассматривает вопрос об изменении адиабатических инвариантов и в связи с этим исследует движение заряженной частицы в неоднородном магнитном поле.

Существенным достижением диссертанта является рассмотрение с единой точки зрения различных процессов в нели-

нейных колебательных системах, рассматривавшихся ранее разными методами.

Наиболее интересным результатом диссертации является обнаружение новой формы неустойчивости движения, характерной для нелинейных систем - стохастичности.

Следует подчеркнуть, что в диссертации развит новый оригинальный метод исследования резонанса в нелинейных системах, который является многообещающим в практических приложениях. Следует ожидать, что в дальнейшем метод найдет широкое применение и развитие в исследовании режимов генераций и усиления в радиотехнических системах, а также в ускорителях релятивистских частиц...

...Наряду с несомненными достоинствами диссертации следует отметить ряд недостатков.

Во второй главе, где диссертант исследует наиболее важный вопрос о критерии стохастичности, исследование с нашей точки зрения неполно. Диссертант фактически получает лишь достаточное условие стохастичности, заключающееся в том, что некоторый введенный им параметр "а" становится гораздо больше единицы. При этом диссертант предполагает, что фазы _____ равномерно распределяются по окружности за достаточное число шагов и обнаруживают, что коэффициент корреляции фаз оказываются малыми. При значениях _____ вопрос фактически остался неисследованным. В частности, неясно, не станет ли в этом случае поведение системы стохастичным за достаточно большие времена. Для полного выяснения вопроса следовало бы

провести вычисление коэффициентов корреляции для этого случая.

Отметим также, что при исследовании областей устойчивости вблизи стационарных режимов диссертант приходит к неверным выводам. Можно показать, что устойчивые режимы рассматриваемого автором типа вообще возможны лишь в некоторых областях параметра "а", уменьшающихся с ростом "а". Не обоснована и очевидно неверна оценка области устойчивости фаз _____, даваемая диссертантом на стр. 33. Неверен также вывод о том, что при больших "а" устойчивых режимов вообще не существует. Доказательство всех этих утверждений дано в приложении к отзыву № 2.

Досадным, хотя и несущественным недостатком работы является запись формул с превышенной точностью, встречающаяся во многих местах.

Теперь я хотел ^{бы} сказать два слова по поводу своих замечаний. Мы много говорили с Б.В. Чириковым, чуть не 38 вопросов было ему задано по поводу его диссертации, но часть из них осталась без ответа и я думаю в письменном виде он сможет дать ответ на наши ~~труды~~ три приложения.

Я хотел сказать о чем идет речь: если мы ведем работу в области толчкового движения, то дело идет о решении системы нелинейных разных уравнений, а именно такого вида (показывает на доске). Вот конечно поставленные математи-

ческие задачи - два уравнения показывают, что система нелинейная. Можно исследовать эту систему с полной математической корректностью. Из этого видно как правильно получить результаты, которые у Б.В. Чирикова были неправильны.

Но, повторяю, эти недостатки отнюдь не могут превзойти достоинства о том, что впервые ясно поставлена задача о том, что имеет место явление, что медленно проходит через резонанс, и можно дальше его развивать и мы можем подхватить и продолжить его исследование в этой области.

Считаю, что диссертант заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

ЛАВРЕНТЬЕВ М.А. - Тогда разрешите предоставить слово второму оппоненту профессору Рабиновичу.

РАБИНОВИЧ - Я не беседовал с Румером и Чириковым, но моя точка зрения во многом совпадает с тем, что здесь было высказано.

Действительно Чириков получил ряд интересных и важных результатов, но он их запрятал где-то в приложениях и старался в своем изложении почему-то говорить об общих вещах, считая, что общие вещи имеют большое значение.

Поэтому я хочу, прежде чем говорить о своем отзыве, сказать то, что сделал Чириков...

По-моему, очень две или три интересные стороны имеются в его диссертации, которые имеют и большое практическое

значение.

Первое, что сделано Чириковым. Большое значение, имела такая задача, что когда у нас имелось магнитное поле - вот это силовые линии магнитного поля (рисует), то вот в этой магнитной ловушке, которую Будкер предложил использовать для термоядерных реакций, довольно давно возникает вопрос, что если частица попадет в эту ловушку, в некотором углу захвата (если пользоваться адиабатическим инвариантом) застроняет здесь на довольно долгое время.

Но на самом деле здесь пользуются известным инвариантом, что энергия (Формула).

Поскольку этот вопрос имеет большое практическое значение, появилось большое количество работ, которые стали вычислять поправки к инварианту во втором, третьем, четвертом и энном приближении.

То, что сделал Чириков, сводится к следующему. Он сказал, что такая длительная и кропотливая работа, проведенная математиками и физиками, по сути дела ничего не дает, потому что все поправки, которые ~~о~~носились к адиабатическому инварианту, они зависели от времени через магнитное поле, но и через радиус - при движении частиц радиус тоже зависит от времени. Эти поправки не накапливались и поэтому не представляли какого-нибудь значения; это были периодические поправки и в конце концов ничего не давали по сути дела. Это означает, что имеет место другой адиабати-

ческий инвариант. Опасность появляется для этих частиц тогда, когда здесь имеет место явная потеря времени.

Поскольку это не удалось доказать никому с математической строгостью, но показано, что во всех порядках.... ряда носят такой характер, т.е. адиабатический инвариант имеет место во всех порядках.

Здесь имеется уже какой то добавочный член альфа и экспотенциально растущий, и явно зависящий от времени. Никто ничего, кроме того, что сказать, что такой член появится, не мог сделать.

Чириковым впервые было показано, что появление этого члена можно рассматривать как своего рода стохастическая неустойчивость, как резонансную систему при движении частиц в такой, казалось бы, нерезонансной системе. Здесь, когда частицы совершают такие большие колебания между этими пробками, - а как показано в экспериментальной работе, которая будет защищаться в следующий раз.- 10 миллионов, 100 миллионов раз может колебаний частица совершить, прежде чем удастся адиабатический инвариант. И вот удалось Чирикову на основании математического метода стахостической неустойчивости решить эту задачу и показать, как появляется член и для ряда модельных магнитных полей, для ряда магнитных случаев найти решение задачи.

Далее, на основе исследования стохастического нарастания колебаний ему удалось показать режимы движения. На основе

таких режимов запроектирован и даже построен ускоритель. Когда имеется непрерывный рост энергии в некоторых случаях используется стохастичная энергия. Если эта энергия не очень большая, то это явление весьма разумное.

Эти результаты являются новыми, интересными, они решают такие проблемы, которые имеют большое практическое значение, особенно для таких систем как радиационные пояса. Известно, что вокруг Земли имеются радиационные пояса и чтобы рассчитать движение частиц надо знать потери. В радиационных поясах эта важная задача уже сегодняшнего дня.

Я вынужден был сделать отступление потому, что рассказал Чириков, не были отражены его основные и интересные результаты. Сейчас я зачитаю свой отзыв (зачитывает)...

М.А. ЛАВРЕНТЬЕВ : Кому же из присутствующих угодно высказаться ?

А.М. БУДКЕР : Стандартная формула отзыва содержит два признака: первый касается - диссертации, второй обычно касается автора. Поскольку я хорошо знаком с диссертацией и еще лучше знаком с автором ^{с которым} я знаком с первого курса, разрешите мне сделать несколько замечаний, не как официальному оппоненту, а как простому члену Совета высказать свое мнение по этим двум вопросам.

ЧИРИКОВ Борис Валерьянович является экспериментатором, причем убежденным: с первого курса и по сей день он занимался теоретической работой в этой, столь глубокой, форме. То есть он ее уже выполнил, но в силу трагической неприятности,

состоящей в том, что установка, которую начало делать соответствующее КБ, задерживала проектирование, и она выпала из экспериментального раздела и не давала возможности внести экспериментальные данные в теорию и сделать обобщение.

До сих пор работа Чирикова характеризовалась глубиной теории, но никогда еще автор не достигал попыток такого глубокого и широкого обобщения, как этого ему удалось сделать в этой диссертации. Вряд ли можно было ожидать, что его обобщения будут носить такой широкий и строго обоснованный характер.

Что касается физиков-теоретиков, которые хотят получить практические результаты, то в отличие от математиков, которые занимаются самыми общими вопросами, они признают и такой способ математического решения задач, когда некоторые вещи нестрого обоснованы, когда есть вероятность в одном из 10 случаев ошибиться но в 9-ти получить результат: в противном случае можно получить в одном случае результат, а в девяти ничего не будем иметь, особенно учитывая, что в физике критерием всякого решения есть эксперимент. В частности, в той работе, которая была доложена, - это мое частное мнение, автор к этому вопросу отношения не имеет, но я считаю, что в этом не слабость работы, а именно сила. И я считаю, что в будущем, будучи физиком, ^{больше} чем математиком, она позволит некоторые задачи решить, несмотря на некоторые вольности, более строго.

Я хочу сказать, что если коснуться личности диссертанта, то он представляет собой чрезвычайно ловкого и опытного экспериментатора широкой эрудиции. Это очень скромный человек и

он, конечно, вполне заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук.

М.А.ЛАВРЕНТЬЕВ : Кто еще желает высказаться ? Нет. Тогда слово для ответа официальным оппонентам предоставляется диссертанту.

Б.В.ЧИРИКОВ Я буду одновременно по обоим оппонентам говорить, потому что подробно, по пунктам, и не рассмотрел замечания официальных оппонентов. Поэтому мне будет трудно по пунктам ответить, и я отвечу на то, что мне кажется более существенным.

Я прежде всего, конечно, благодарен официальным оппонентам за то, что они хорошо изложили содержание моей диссертации. Но я не совсем с ними согласен. Во всяком случае, конечно, все эти ^{вычисления} ~~впечатления~~ возникли из некоторых практических задач, в частности, задачи заряженных частиц в магнитной ловушке, которая в тот момент была актуальной, особенно в связи с экспериментом Радионова и данными, количественными появившимися впервые. Но мне лично представляется во всяком случае, если ~~это~~ и не более важным, то значительно более интересным с физической точки зрения, не конкретный расчет заряженных частиц, а исследование общих закономерностей типа стахостичности, которые возникли, собственно, из рассмотрения этого конкретного примера.

Я не знаю, в каком смысле А.Г. Будкер говорил Юрию

Борисовичу, что я не буду больше этим заниматься - мне это неизвестно. Хотя мне и нравится экспериментать, но я хотел бы ^{вычислительные} продолжить ~~их~~, потому что они, действительно, не совсем полны и нужно разобраться ~~с тем~~, что здесь происходит.

В частности, я совершенно согласен с замечаниями Ю.Б. Рунера в этом пункте, что случай "а" много меньше единицы, который есть случай устойчивых фазовых колебаний, он неполностью исследован. Я вполне это понимаю. Дело заключается в том, что исследовались в основном первые приближения и некоторые поправки второго приближения. Что касается высших приближений, то они не исследовались в виду больших математических трудностей. Между тем, эти высшие приближения могут привести к тому, что в этом случае когда с точки зрения первого приближения будет ^{через границу} ~~какая-то стохастичность, этот критерий хотя и является границей, но не абсолютной в том смысле, что должно быть ограниченное колебание, могут~~ быть очень медленные стохастические процессы за счет высшего приближения.

Это касается в частности и вопроса о сохранении адиабатического ^{или} варианта в магнитном поле.

В частности я хотел ~~отметить~~, что действительно ни в каких опубликованных работах вопрос этот не ставился, но в последнее время, насколько мне известно, появилась работа сотрудника Ю.Б. Рунера ^{и Дикке} ~~и Дикке~~, который по-новому ставит этот вопрос и продвигает ^{ее} ~~ее~~ дальше, поскольку в ней учитываются высшие приближения и таким образом может быть удастся разобраться в этом предельном случае.

Что касается остальных замечаний Ю.Б. Румера, я с ними в основном согласен. Там имеются некоторые пункты спорные, например, насчет области неустойчивости. Она не совсем так понималась, но это мелочь и я не буду останавливаться.

Что касается замечаний М.С. Рабиновича, мне хотелось сказать: там говорится, что ~~приложение в первой~~ глава ~~каса-~~ется общеизвестных вещей. Я не хочу в данном случае подчеркнуть, что я сделал что-то новое, но мне эти результаты неизвестны. Я не читал докторской диссертации Митропольского, но читал его книгу "Прохождение через резонанс", но там никакого медленного прохождения не рассматривалось, ~~во-вторых~~, ^{а именно} этот метод является численным и не дает представления о тех различных случаях, которые могут в этой задаче встретиться.

Второе, что я хотел подчеркнуть. Как раз в этой области создалось такое положение, когда ~~этот~~ частный случай фазовых колебаний, имеющих в ускорителе, совершенно был оторван от общей теории колебаний, ~~что изложено в книге Бого-~~ ~~любова и Митропольского.~~ ^{Рабинович} Тот и другой автор ^{бы} называли одно и то же явление разными именами. Это вызвало некоторое неудобство, поскольку была разобщенность работ и приводило к ошибкам. Я могу указать на примеры таких ошибок, которые имелись в книге Малкина, ~~Из теории нелинейных колебаний~~, и затем в работе Орлова. Особенно грубые ошибки были в работе Стэркса, американского теоретика, который занимался исследованием ~~теории~~ прохождения нелинейных колебаний через резонанс. ~~Так что это было известно мне.~~

Мне не совсем было понятно замечание, в каком смысле Матвей Самсонович говорит, что рассматривался нелинейный случай, в котором сумели проявить нелинейность. Я говорил, что основное условие, в котором рассматривается, есть проявление вот этих произведений. Дело в том, что явление происходит, но однако, частота продольных колебаний вдоль силовой линии существенным образом зависит от энергии поперечного движения, и это энергия не малая, а большая, которая и рассматривалась в работе.

Что же касается неубедительного изменения, то нелинейный случай - это, действительно, не очень убедительно, как можно сравнить с результатами Дыхне и Покровского, с которыми я знакомился при разборе моей работы.

Вот что я хотел сказать, что касается утверждения Матвея Самсоновича, что работа утверждает большее, чем на самом деле получено, то, конечно, мне трудно ответить на этот вопрос, как говорится, со стороны виднее.

В заключение мне хотелось бы выразить благодарность моему учителю А.М. Будкеру, с которым мы очень много спорим и почти никогда не сходимся во взглядах, но тем не менее я ему многим обязан в физике.

Наконец, я хотел бы принести свои изменения моим официальным оппонентам за неприятности, связанные с разбором моей диссертации.

М.А. ЛАВРЕНТЬЕВ : Товарищи, на этом защита диссертации закончена. Нам нужно избрать счетную комиссию. Есть предложение следующее: академик Работнов, проф. Киренский и проф. Щербаков - нет возражений против такого состава комиссии? Разрешите проголосовать. Кто за, прошу поднять руки. Против, воздержался ? Нет. Значит комиссия утверждается.

Какой порядок примем ? Заслушаем обе диссертации, а потом будем голосовать сразу по двум ? Порядку это не противоречит ? Как -будто бы нет.

Объявляется перерыв на 10 минут .

После перекура

Акад. М. А. ЛАВРЕНТЬЕВ: Разрешите возобновить заседание Объединенного ученого совета. Слово имеет председатель счетной комиссии акад. Ю. Н. Работнов.

Акад. Ю. Н. РАБОТНОВ: Счетная комиссия в составе: председатель Работнов, члены Щербаков и Киренский. Из списочного состава членов Совета присутствует 21 человек, кворум имеется. Получено 27 бюллетеней.

По присуждению степени кандидата физико-математических наук Чирикову Б. В. за диссертационную работу "Нелинейные колебания в системах, близких к консервативным" роздано бюллетеней членам Ученого совета 21, вынута из урны 21 бюллетень.

При подсчете голосов оказалось: за присуждение - 21 голос. Против голосов нет. Излишние бюллетени уничтожены.

Акад. М. А. ЛАВРЕНТЬЕВ: Кто за то, чтобы утвердить протокол, прошу поднять руки. Кто против, кто воздержался? Нет. Протокол утверждается, диссертант поздравляется /аплодисменты/.

О Т З Ы В

на диссертацию Б.В. ЧИРИКОВА "НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СИСТЕМАХ, БЛИЗКИХ К КОНСЕРВАТИВНЫМ", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация состоит из введения, трех глав, математического приложения. Диссертант исследует вопрос о поведении нелинейных колебательных систем под действием внешних возмущений.

Первая глава диссертации посвящена изучению процесса прохождения системы с одной степенью свободы через единственный резонанс. Явление изучается на простейшем примере гармонического возмущения, либо возмущения действующего на гармонический, но нелинейный осциллятор. Кроме ранее известных случаев быстрого прохождения через резонанс и случая автофазировки, диссертант обнаружил явление медленного прохождения нелинейной колебательной системы через резонанс, при котором собственная частота и частота возмущения многократно оказываются близкими. Это явление характерно для нелинейных систем, где оно имеет место для малой области начальных фаз.

Во второй главе обсуждается вопрос о периодическом прохождении колебательной системы через резонанс, в предположении, что время прохождения резонанса значительно меньше времени между двумя последовательными резонансами. Диссертант показал, что при больших значениях некоторого введенного им параметра наступает своеобразная неустойчивость.

При этом фазы, в которых происходит резонанс, становятся случайными, а энергия системы может измениться значительно за достаточно большое время.

В главе третьей рассматриваются некоторые приложения результатов полученных в первой и второй главах. Диссертант обсуждает вопрос о пределах применимости асимптотических методов в теории нелинейных колебаний и приходит к выводу, что при достаточно малом поглощении движение может стать стохастичным. Далее с точки зрения введенного диссертантом критерия стохастичности рассматривается движение заряженной частицы в высокочастотной потенциальной яме. Наконец, диссертант рассматривает вопрос об изменении адиабатических инвариантов и в связи с этим исследует движение заряженной частицы в неоднородном магнитном поле.

Существенным достижением диссертанта является рассмотрение с единой точки зрения различных процессов в нелинейных колебательных системах, рассматривавшихся ранее разными методами.

Наиболее интересным результатом диссертации является обнаружение новой формы неустойчивости движения, характерной для нелинейных систем: стохастичности.

Следует подчеркнуть, что в диссертации развит новый оригинальный метод исследования резонанса в нелинейных системах, который является многообещающим в практических

приложениях. Следует ожидать, что в дальнейшем метод найдет широкое применение и развитие в исследовании режимов генераций и усиления в радиотехнических системах, а также в ускорителях релятивистских частиц.

Наряду с несомненными достоинствами диссертации следует отметить ряд недостатков.

Во второй главе, где диссертант исследует наиболее важный вопрос о критерий стохастичности, исследование с нашей точки зрения неполно. Диссертант фактически получает лишь достаточное условие стохастичности, заключающееся в том, что некоторый введенный им параметр a становится гораздо больше единицы. При этом диссертант предполагает, что фазы ψ_n равномерно распределяются по окружности за достаточное число шагов и обнаруживает, что коэффициенты корреляции фаз оказываются малыми. (Отметим попутно, что оценка коэффициентов корреляции проделана автором неверно, что показано в приложении I к отзыву). При значениях $a \approx 1$ вопрос фактически остался неисследованным. В частности неясно, не станет ли в этом случае поведение системы стохастичным за достаточно большие времена. Для полного выяснения вопроса следовало бы провести вычисление коэффициентов корреляции для этого случая.

Отметим также, что при исследовании областей устойчивости вблизи стационарных режимов диссертант приходит к неверным выводам. Можно показать, что устойчивые режимы рассмат-

риваемого автором типа вообще возможны лишь в некоторых областях параметра a , уменьшающихся с ростом a . Необоснована и очевидно неверна оценка области устойчивости фаз $\Delta\varphi < \gamma/a$, даваемая диссертантом на стр. 38. Неверен также вывод о том, что при больших a устойчивых режимов вообще не существует.

Доказательство всех этих утверждений дано в приложении 2 к отзыву.

При вычислении вероятности захвата (глава I, стр. 21) диссертант, очевидно, не заметил, что имеется две существенно различные области значений параметра $\frac{\epsilon\sqrt{A}}{\alpha}$. Оценки вероятности захвата, полученные в диссертации верны лишь при $\frac{\epsilon\sqrt{A}}{\alpha} \gg 1$ (См. приложение 3 к отзыву).

Досадным, хотя и несущественным недостатком работы является запись формул с превышенной точностью, встречающаяся во многих местах. (См. например I.2.18, П.2.6, П.2.8).

Учитывая большие достоинства работы, в которой диссертант показал умение ставить и успешно решать трудные задачи нелинейной механики и получил ряд интересных результатов, имеющих большое теоретическое и практическое значение, считаю, что диссертант заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук
профессор

(Ю.Б. Румер).

ПРИЛОЖЕНИЯ К ОТЗЫВУ НА ДИССЕРТАЦИЮ Б.В.ЧИРИКОВА
 "НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СИСТЕМАХ, БЛИЗКИХ К КОНСЕРВАТИВНЫМ"

ПРИЛОЖЕНИЕ I

О вычислении коэффициентов корреляции.

Диссертант определяет коэффициенты корреляции следующим образом:

$$\rho_{kr}^{(\alpha)} = e^{i \sum_{l=0}^{\alpha} \rho_l \psi_{n+l, k}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N e^{i \sum_{l=0}^{\alpha} \rho_l \psi_{n+l, k}} \quad (I.1)$$

где ρ_k - целые числа. Для величин $\rho_{kr}^{(2)}$ диссертант дает оценку (см. П.1.22) :

$$\rho_{kr}^{(\alpha)} \sim z^{\rho} \left(\frac{1}{a}\right)^k \quad (I.2)$$

где a - параметр стохастичности ($a > 1$).

Покажем неправильность этой оценки на примере одного из коэффициентов корреляции $\rho_{(-1, 2, -1)}^{(\alpha)}$. Для простоты записи в дальнейшем будем обозначать этот коэффициент через ρ :

$$\rho = e^{i(2\psi_n - \psi_{n-1} - \psi_{n+1})} \quad (I.3)$$

Из уравнений (П.1.7) диссертации можно исключить ω_n и получить уравнение только для ψ_n :

$$2\psi_n - \psi_{n-1} - \psi_{n+1} = a \cos \psi_n \quad (I.4)$$

Отсюда для ρ получим:

$$\rho = \frac{1}{ia \sin \psi_n} \quad (I.5)$$

Если вместе с автором предположить равномерное распределение фаз, имеем:

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ia \cos \psi} d\psi = J_0(a) \approx \frac{J_0(a + \pi/4)}{\sqrt{a}} \quad (I.6)$$

Оценка (I.2) в этом случае дает не $\frac{1}{\sqrt{a}}$, а $\frac{1}{a}$.

Причиной ошибки является пренебрежение вкладом областей устойчивости (см. приложение II к отзыву), который на самом деле является основным.

ПРИЛОЖЕНИЕ II.

Исследование устойчивых режимов.

Введем вместо частот ω_n величины $\gamma_n = \frac{\omega_n - \Omega_0}{\Omega_0}$ (предполагается, что внешняя частота Ω совершает гармонические колебания с периодом $T \gg \frac{1}{\sqrt{\epsilon} \Omega_0}$ и амплитудой $\lambda \Omega_0$ вокруг среднего значения Ω_0). Тогда разностные уравнения (II.1.7) для ψ_n и γ_n , примут вид:

$$\psi_{n+1} - \psi_n = \Omega_0 T (1 - \gamma_{n+1}) \quad (II.1)$$

$$\gamma_{n+1} - \gamma_n = b \cos \psi_n \quad (II.2)$$

где $b = \sqrt{\frac{\pi \epsilon}{2}} \frac{P}{\sqrt{\Omega_0'}} \frac{1}{\Omega_0} \frac{\partial \omega}{\partial W}$

Чтобы имело место приближение толчков, необходимо выполнение условий: $\Omega_0 T \gg 1$; $\lambda \Omega_0 T \gg 1$.

Вследствии малости параметра ε имеем также $v \ll 1$.

Уравнения (П.1), (П.2) допускают решения вида :

$$\psi_n^0 = \psi_0 + n \cdot 2\pi m - \frac{n(n+1)}{2} 2\pi l$$

$$\gamma_n^0 = \gamma_0 + n \cdot \frac{2\pi l}{\Omega_0 T}$$

$$a \sin \psi_0 = 2\pi l; \quad \Omega_0 T (\lambda - \gamma_0) = 2\pi m \quad (\text{П.3})$$

где параметр $a = v \Omega_0 T$ совпадает с параметром стохастичности Б.В. Чирикова.

Исследуем уравнение (П.3) на устойчивость, для чего будем искать решение уравнений (П.1), (П.2) в виде :

$$\psi_n = \psi_n^{(0)} + \xi_n$$

$$\gamma_n = \gamma_n^0 + \eta_n \quad (\xi_n, \eta_n \ll 1) \quad (\text{П.4})$$

Линеаризация уравнений (П.1,2) дает :

$$\xi_{n+1} - \xi_n = -\Omega_0 T \eta_{n+1}$$

$$\eta_{n+1} - \eta_n = -v \sin \psi_n^0 \cdot \xi_n \quad (\text{П.5})$$

Характеристическое уравнение системы имеет вид:

$$\lambda^2 - a_e \lambda + 1 = 0 \quad (\text{П.6})$$

где

$$a_e = a \sin \psi_0 = \pm a \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi l}{a}\right)^2} \quad (\text{П.7})$$

Условие невозрастания ξ_n , η_n при $n \rightarrow \infty$ дает:

$$0 \leq |a_e| \leq 4 \quad (\text{П.8})$$

или $(2a_e)^2 \leq a^2 \leq (2a_e)^2 + 4 \quad (\text{П.9})$

Для больших l интервалы a , в которых возможны устойчивые режимы, сужаются как $1/l$.

Из (П.7), (П.8) видно, что при больших a величина $\sin \psi_0$ становится малой, и линейризация уравнений (П.1,2) незаконна (полученные выше результаты верны лишь для отклонений $\xi_0 \ll 1/a$). Для исследования вопроса в этом случае необходимо выписать уравнения с точностью до квадратичных членов по ξ_n .

$$\xi_{n+1} - \xi_n = -\Omega_0 T \eta_{n+1} \quad (\text{П.10})$$

$$\eta_{n+1} - \eta_n = -\nu \sin \psi_n^0 \cdot \xi_n - \frac{1}{2} \nu \xi_n^2$$

Нетрудно видеть, что не существует решения уравнений (П.6) с $\frac{1}{a} \ll \xi_n^2 \ll 1$. Более подробно этот вопрос мы не исследовали, поскольку выражение для функции корреляции (I.6) показывает, что область устойчивости по ξ_0 имеет величину $\sim 1/\sqrt{a}$.

Покажем также, что учет поправок к разностным уравнениям (П.1.7) диссертации не приводит, как утверждает диссертант, к исчезновению областей устойчивости при больших a .

Действительно, с учетом поправки, диссертант получает условие устойчивости (П.1.18)

$$-4 < a [\sin \psi_0 - b g'(\psi_0)] < 0$$

где

$$g(\psi) = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \sin 2\psi + \cos 2\psi + \sqrt{2} \sin^2 \psi$$

При исследовании выписанного условия Б.В. Чириков необоснованно полагает $\sin \psi_0 = 0$ вместо $\sin \psi_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{2a\ell}{a}\right)^2}$, что и приводит к ошибочным заключениям.

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Оценка вероятности захвата в режиме медленного прохождения через резонанс.

Возможность захвата связана с тем, что величина A , входящая в уравнение (I.2.5) диссертации, не является строго постоянной (отметим, что поправка к частоте, рассмотренная диссертантом в § I.3 может быть включена в коэффициент A). С учетом зависимости A от ψ вместо уравнения (I.2.6), получим:

$$y = \frac{\psi'^2}{2A} = \frac{\psi - \psi_0}{A} - (\sin \psi - \sin \psi_0) - \frac{1}{A} \int_{\psi_0}^{\psi} \delta A \cos \psi d\psi \quad (\text{III.I})$$

Величина y в нулевом приближении является разностью между прямой и синусоидой на рис. I диссертации. За счет вариации δA , y может обратиться в ноль вблизи второго максимума синусоиды. При этом произойдет захват. Отношение

интервала фаз $\Delta\psi$, для которых происходит захват, ко всему интервалу фаз $\Delta\psi_0 \sim 1/\sqrt{A}$, для которых возможно медленное прохождение, определяет вероятность захвата.

Имеем

$$\delta A = \frac{\partial A}{\partial \bar{w}} \Delta \bar{w} \quad (\text{III.2}).$$

где

$$\Delta \bar{w} = \frac{\sqrt{\varepsilon P}}{2\sqrt{\Omega'}} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{\cos \psi d\psi}{\sqrt{\psi - \psi_0 - \int_{\psi_0}^{\psi} A \cos \psi' d\psi'}} =$$

$$= \frac{\sqrt{\varepsilon P}}{A_0 \sqrt{\Omega'}} \sqrt{\psi - \psi_0 - \int_{\psi_0}^{\psi} A \cos \psi' d\psi'} - \frac{\varepsilon P^2}{4A_0^2 \Omega'} \frac{\partial A}{\partial \bar{w}} (\sin \psi - \sin \psi_0) \quad (\text{III.3})$$

Подставляя (III.2), (III.3) в (III.1), получим:

$$\psi'^2 = \psi_0'^2 - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{\varepsilon P}}{A_0 \sqrt{\Omega'}} \frac{\partial A}{\partial \bar{w}} (\psi - \psi_0 - A_0 (\sin \psi - \sin \psi_0)) +$$

$$+ \frac{\varepsilon P^2}{4A_0^2 \Omega'} \left(\frac{\partial A}{\partial \bar{w}} \right)^2 \int_{\psi_0}^{\psi} \cos \psi (\sin \psi - \sin \psi_0) d\psi \quad (\text{III.4})$$

Диссертант фактически не учел второго ^{члена} в правой части (III.4), который при выполнении условия $\frac{\varepsilon \sqrt{A}}{\Omega} \ll 1$

играет главную роль.