С Т Е Н О Г Р А М М А

заседания Ученого совета Института ядерной физики Сибирского отделения АН СССР.

г.Новосибирск
конференц-зал
ИЯФ СО АН СССР

12 марта 1969г.

Защита диссертации Борисом Валериановичем ЧИРИКОВЫМ на тему - "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

Академик - САГДЕЕВ Роальд Зиннурович.

Член-корр.АН Армянской ССР - ОРЛОВ Юрий Федорович.

Доктор физ.-мат.наук - РАБИНОВИЧ Матвей Самсонович.

Ведущее предприятие: Институт атомной энергии им.И.В.Курчатова (г.Москва).

ПРЕДСЕДАТЕЛЬСТВУЮЩИЙ академик БУДКЕР Г.И. -

Разрешите открыть заседание ученого совета Института ядерной физики. Первый вопрос на повестке дня - защита диссертации Борисом Валериановичем ЧИРИКОВЫМ на тему - "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

Академик - САГДЕЕВ Роальд Зиннурович.

Член-корр.АН Армянской ССР - ОРЛОВ Юрий Федорович.

Доктор физ.-мат.наук - РАБИНОВИЧ Матвей Самсонович.

Ведущее предприятие: Институт атомной энергии им.И.В.Курчатова (г.Москва)

Борис Валерианович старейший наш работник. Вопрос, о котором будет идти речь, представит нам всем большой интерес.

Слово имеет ученый секретарь.

Канд.физ.-мат.наук А.Г.Хабахпашев

Борис Валерианович ЧИРИКОВ - 1928 года рождения, беспартийный, окончил в 1952 году физико-технический факультет Московского Государственного Университета. Работает с 1958 года в нашем институте заведующим лабораторией.

В 1960 году Борис Валерианович защитил кандидатскую диссертацию. Им опубликовано 34 работы, в деле имеются все необходимые для защиты документы.

Академик БУДКЕР Г.И.

Будут ли вопросы ученому секретарю? Нет вопросов. Слово предоставляется Борису Валериановичу для изложения основных положений по теме диссертации. Пожалуйста - Вам 40 минут.

Канд.физ.-мат.наук ЧИРИКОВ Б.В.

Уважаемые коллеги!

Предлагаемая Вашему вниманию диссертация является развитием идей и методов моей кандидатской диссертации и посвящена, главным образом, исследованию многомерных нелинейных колебаний консервативной механической системы в целом, т.е. на неограниченном временном интервале и для произвольных начальных условий. Поводом для размышлений на эту тему послужила для меня гипотеза А.М.Будкера о возможности своеобразной стохастической неустойчивости в ускорителе с жесткой фокусировкой, высказанная им в 1953 г., вскоре после опубликования предложения Куранта, Снайдера и Ливингстона. Гипотеза основывалась на интуитивном представлении о возможности "забывания" фазы возмущения вследствие большого числа бетатронных колебаний на оборот. В то время эта гипотеза была категорически отвергнута на основе линейной теории. Однако, как выяснилось впоследствии, в том же 1953 году она была подтверждена в численных экспериментах Говарда и Хайна в ЦЕРН'е для нелинейных полей. Впрочем последняя работа остается малоизвестной и по сегодняшний день.

В настоящее время имеется два основных подхода к рассматриваемой проблеме. Первый из них связан с отысканием ус -

2 экз.

x)

Уважаемые коллеги!

Предлагаемая Вашему вниманию диссертация является развитием идей и методов моей кандидатской диссертации и посвящена, главным образом, исследованию многомерных нелинейных колебаний консервативной механической системы в целом, т.е. на неограниченном временном интервале и для произвольных начальных условий. Поводом для размышлений на эту тему для меня послужила гипотеза А.М.Будкера о возможности своеобразной стохастической неустойчивости в ускорителе с жесткой фокусировкой, высказанная им в 1953 г., вскоре после опубликования предложения Куранта, Снайдера и Ливингстона. Гипотеза основывалась на интуитивном представлении о возможности "забывания" фазы возмущения вследствие большого числа бетатронных колебаний на оборот. В то время эта гипотеза была категорически отвергнута на основе линейной теории. Однако, как выяснилось впоследствии, в том же 1953 году она была подтверждена в численных экспериментах Говарда и Хайна в ЦЕРН'е для нелинейных полей. Впрочем последняя работа остается малоизвестной и по сегодняшний день.

В настоящее время имеется два основных подхода к рассматриваемой проблеме. Первый из них связан с отысканием устойчивых периодических или почти - периодических движений. Сюда относится классическая теория нелинейных колебаний (Пуанкаре, Ляпунов, Мандельштам и др.), основной недостаток которой - слишком частные случаи движения - был преодолен в последнее время в знаменитых работах Колмогорова, Арнольда и Мозера (теория КАМ). При другом подходе, в так называемой эргодической теории, исследуются, наоборот, случаи предельно неустойчивого движения, приводящие к статистическому описанию (Биркгоф, Хопф, Аносов, Синай и др.).Оба подхода дали, особенно в последнее время, ряд блестящих результатов, которые служат надежным основанием любых дальнейших исследований в этой области. Однако, в силу чрезвычайной математической сложности задачи они остаются тем не менее лишь частными, или, лучше сказать, крайними случаями движения. Неизвестно даже при каких условиях происходит переход от одного подхода к другому, т.е. от устойчивого движения к неустойчивому.

В этой ситуации представляется целесообразным отказаться от обязательного для математика чисто дедуктивного метода и перейти к более привычному для физика полуэмпирическому методу, который в данном случае означает систему моделей, аналитические оценки и эксперименты, численные или "настоящие". До известной степени такими были исследования школы Мандельштама в плане сочетания теории и эксперимента применительно к частным задачам нелинейных колебаний. Аналогичный подход к сформулированной выше общей проблеме был начат Крыловым, многие идеи которого используются и развиваются в настоящей работе. Основное отличие нашего подхода состоит в том, что мы интересуемся не столько макроскопическими молекулярными системами статистической физики, характер движения которых так или иначе надежно установлен, сколько системами с небольшим числом степеней свободы, где эта проблема далеко не тривиальна и представляет не только принципиальный интерес.

Основой нашего анализа нелинейных колебаний является понятие нелинейного резонанса , впервые возникшие, по-видимому, в небесной механике в связи с так называемым либрационным движением планет (Лагранж) и, в более явной форме, в теории ускорителей в связи с механизмом автофазировки (Векслер, Мак-Миллан). Наиболее существенным и, насколько нам известно, новым процессом оказывается взаимодействие нескольких резонансов, всегда имеющее место в нелинейной системе. Для исследования этого взаимодействия мы строим систему моделей (рис.I) начиная с одномерного нелинейного осциллятора. Нисходящие стрелки указывают на упрощение модели вплоть до элементарной, которая детально исследуется аналитически и с помощью численных экспериментов. Полученные результаты применяются к цепочке все более и более сложных моделей вплоть до многомерного нелинейного осциллятора (восходящие стрелки). Для аналитических исследований в диссертации широко применяется асимптотический метод усреднения Крылова - Боголюбова - Митропольского (теория КБМ) на основе гамильтонова формализма. При этом мы вынуждены, естественно, ограничиться случаем малого (или медленного) возмущения, которое характеризуется параметром $\varepsilon \ll 1$), считая движение невозмущенной системы известным в той или иной форме. Поскольку, однако, основные результаты работы представляют собой оценки по порядку величины, область их применимости может быть продолжена до $\varepsilon \sim 1$.

Отметим два наиболее интересных, на наш взгляд, полученных результата. Во-первых, исследована так называемая стохастическая неустойчивость, которая с практической точки зрения является наиболее опасной неустойчивостью нелинейных колебаний(и в то же время своеобразным методом ускорения частиц), а с принципиальной точки зрения даёт модель статистических законов, приминимую, в отличие от модели современной статистической механики, к системам с малым числом степеней свободы $N \geqslant 2$. Во-вторых, исследована так называемая диффузия Арнольда, которая оказалась своеобразной универсальной неустойчивостью нелинейных колебаний в тех случаях, когда стохастическая неустойчивость отсутствует.

Кроме того проведенные исследования позволяют, как нам кажется, представить себе весьма детально общую картину многомерных нелинейных колебаний, в частности, довольно сложную структуру их фазового пространства. С указанным выше ограничением на величину возмущения удается проследить переход от колмогоровской области максимальной устойчивости к области предельной неустойчивости эргодической теории и показать, что в общем случае обе области глубоко и довольно сложным образом проникают друг в друга, образуя так называемую систему с разделенным фазовым пространством. Последнее обстоятельство и является главным препятствием на пути построения строгой математической теории.

Несмотря на известную расплывчатость этой картины и сомнения в некоторых её деталях, вызывающие естественную неудовлетворенность, она может служить некоторым ориентиром в этой неизведанной области для будущих исследований и современных приложений. Проделанную работу можно поэтому рассматривать как своеобразную глубокую разведку (хотя, быть может, и с несколько поверхностной рекогносцировкой), призванную способствовать дальнейшим более аккуратным исследованиям.

Перехожу к систематическому обзору диссертации.

Небольшая глава I, посвященная исследованию главным образом изолированного нелинейного резонанса, представляет краткое изложение кандидатской диссертации и включена для удобства чтения. Наиболее существенным здесь является <u>приближение умеренной нелинейности</u>:

$$\varepsilon \ll \alpha \ll 1/\varepsilon \qquad (I)$$

(α - безразмерный параметр нелинейности), которое приводит к универсальному описанию нелинейного резонанса.

Глава II является основной в диссертации, в ней сформулированы главные особенности взаимодействия резонансов и стохастичности,

В § 2.I из физических соображений вводится параметр (s) и критерий стохастичности:

$$s = \frac{(\Delta\omega)_н}{\Delta} \sim \frac{\Omega_ф}{\omega_1} \sim 1 \qquad (2)$$

где $(\Delta\omega)_н$ - нелинейная ширина резонанса; $\Omega_ф$ - частота фазовых колебаний; Δ - расстояние между соседними резонансами; ω_1 - частота возмущения, Критерий (2) означает перекрытие соседних резонансов (рис.2) и является одним из наиболее важных результатов диссертации. В ~~настоящее~~ последнее время аналогичный критерий был получен Кантопулосом. Затем выбирается основная модель пока как частный случай нелинейного резонанса, удобный для аналитического исследования. Далее, получается критерий устойчивости ~~для~~ ее движения, совпадающий с (2), и связь с теорией КАМ. Затем с помощью критерия локальной неустойчивости Аносова-Синая исследуется структура стохастической неустойчивости основной модели и дается оценка энтропии Крылова-Колмогорова. Выясняется, что для гладкого возмущения всегда имеются области устойчивости, что не позволяет применить результаты современной эргодической теории к рассматриваемой модели. Эта особенность оказывается типичной для нелинейных колебаний вообще. Наконец, в § 2.5 обсуждается характер границы стохастичности и промежуточной зоны, разделяющей области колмогоровской устойчивости и стохастичности. Указывается, что положение границы стохастичности, как простой линии, может быть определено только по порядку величины (2). Уточнение этой оценки неминуемо приведет к проблеме структуры переходной зоны, которая не только сложна, но и существенно зависит от конкретного вида возмущения. Поэтому не только доказательства, но и точные формулировки утверждений в этой области становятся чрезвычайно громоздкими и трудно обозримыми. В этом лежит вторая трудность для эргодической теории. По этой же причине большинство результатов диссертации сформулировано в виде оценок по порядку величины.

В последующих параграфах проводится более детальное аналитическое исследование системы с разделенным фазовым пространством на еще более простой, но адэкватной задаче, элементарной модели.

Предварительно в § 2.6 исследуется стохастический слой вблизи сепаратрисы колебаний (рис.2). Неустойчивость движения в этой области была известна еще Пуанкаре и детально исследовалась в последнее время Мельниковым. Однако оценить ширину стохастического слоя удалось лишь с помощью критерия (2), сначала для некоторой специальной системы в работе Заславского, Сагдеева и Филоненко, а затем в общем случае - в настоящей диссертации. Показано, что стохастический слой вблизи сепаратрисы нелинейного резонанса является зародышем неустойчивости нелинейных колебаний. С другой стороны, движение здесь описывается основной моделью, чем и оправдывается ее выбор в качестве главного объекта исследований в диссертации. Отношение ширины стохастического слоя к ширине резонанса дается оценкой:

$$\mu \sim e^{-C/s} \tag{3}$$

где $C \sim 1$ - некоторая постоянная. Эта оценка с новой стороны подтверждает основной критерий стохастичности (2).

В § 2.7 исследуется полная всюду плотная система резонансов, включающая все гармоники возмущающей силы и собственных колебаний осциллятора, что может быть существенно для неаналитического возмущения. Вводится гипотеза о возможности пренебрежения резонансами высших порядков, которая подтверждается численными экспериментами (глава Ш). Вводится понятие <u>перенормировки резонансов,</u> существенное для правильного учета близких резонансов.

В стохастической области ($s >> 1$) исследуется влияние "островков" устойчивости, возникающих вокруг периодических решений, число которых по теореме Синая растет экспоненциально с периодом T . Эти устойчивые области названы <u>квази-резонансами</u> за далеко идущую аналогию с обычным нелинейным резонансом в отсутствии перекрытия ($s << 1$). В частности, оказывается, что квази-резонансы разрушают друг друга при перекрытии. Существование и взаимное разрушение всюду плотной системы квази-резонансов и являются той основной особенностью рассматриваемых систем, которая хотя и не дает возможности распространить на них результаты современной эргодической теории, однако, приводит тем не менее к стохастичности движения с точностью до малой, но конечной меры, убывающей с ростом параметра стохастичности, вообще говоря, $\propto e^{-Ahs}$ ($A \sim 1$ - константа, h - энтропия), а для специальных значений s как s^{-4} .

Наконец, в § 2.IO исследуется переход к собственно статистическому описанию, т.е. прослеживается, каким образом из динамических уравнений возникает кинетическое уравнение. Мы ограничиваемся здесь основной моделью. В § 2.IO отмечается, что переход к кинетическому уравнению необходим для регуляризации некорректной задачи вычисления траекторий в стохастической области, некорректной не только с физической точки зрения в силу неустойчивости движения, но также и математически при $t \to \pm\infty$. Получение кинетического уравнения возможно путем разделения динамического процесса перемешивания и собственно ~~функции.~~ диффузии. Следуя общей идее Боголюбова, мы вводим два масштаба времени, один из которых соответствует времени свободного пробега молекулы в теории Боголюбова, а второй - времени диффузии (гидродинамический масштаб времени). Статистическое описание ограничено при этом со стороны малых времен: $t \gtrsim h^{-1}$ ~~(- энтропия)~~ и справедливо только для достаточно больших ячеек фазового пространства: $\Delta I \gtrsim e^{-Ch/\varepsilon^2}$ (I - действие, $C \sim 1$ - константа). В конце § 2.IO получены попутно общие условия, при которых первые моменты диффузионного уравнения могут быть выражены через вторые моменты.

В заключительных параграфах главы II полученные для элементарной модели результаты обобщаются, используя общий критерий стохастичности (2), на более сложные модели, включая многомерный нелинейный осциллятор.

Вначале рассматривается случай одномерного нелинейного осциллятора с произвольным периодическим или почти - периодическим (с дискретным спектром) внешним возмущением. Даются оценки для энтропии и коэффициента диффузии. Здесь появляется третий масштаб времени: $\tau_1 \sim (\Delta\omega)^{-1}$ ($\Delta\omega$ - ширина спектра возмущения), соответствующий длительности столкновения в теории Боголюбова. В интервале:

$$\tau_1 \lesssim t \lesssim \Delta^{-1} \qquad (4)$$

(Δ - расстояние между линиями спектра возмущения) при дополнительном условии случайности фаз (или частот) возмущения кинетическое уравнение может быть получено и для дискретного спектра без каких бы то ни было требований стохастичности движения, в частности, и для линейной системы. Мы называем поэтому такую модель статистических законов - линейной моделью. Она была введена впервые Боголюбовым и является основой современной статистической механики. В отличие от этой модели применимость рассматриваемой в диссертации нелинейной модели, основанной на стохастичности движения, не ограничена по времени сверху.

Наиболее общие результаты диссертации содержатся, по необходимости в самом сжатом виде, в § 2.12, посвященном движению многомерного нелинейного осциллятора, который предполагается близким к системе с полностью разделяющимися переменными. Даны оценки границы стохастичности:

$$(\varepsilon\alpha)_s \sim (2N)^{2(1-\bar{m})} \qquad (5)$$

а также энтропии и коэффициента диффузии (по частоте):

$$D_\omega \sim h^3 \sim \frac{\omega^3}{\sqrt{\bar{m}}}(\alpha\xi)^2 \qquad (6)$$

Здесь $\xi^2 = \varepsilon^2 N_1$ - порядок полного взаимодействия в системы; ε - порядок взаимодействия группы из m степеней свободы (m - кратное взаимодействие); N, N_1 - число степеней свободы и резонансов, соответственно. Для неаналитического возмущения получена нижняя граница гладкости ℓ (число непрерывных производных возмущающей силы), которое в комбинации с верхней границей Мозера даёт:

$$2N-3 < \ell \leq 2N+2 \tag{7}$$

Область колмогоровской устойчивости ($s \ll 1$) пронизана пересекающейся ($N \geqslant 3$) всюду плотной системой стохастических слоев резонансов, вдоль которых возможна диффузия Арнольда (рис.3). Выяснены условия такой диффузии и получена оценка коэффициента диффузии, которая с некоторыми упрощениями имеет вид:

$$D_A \sim I^2\omega \cdot \frac{\varepsilon^{3/2}}{n\sqrt{\alpha}} \exp\left(-\frac{4N}{\bar{m}(N-1)}\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2N}} e^{\frac{n\bar{m}}{4n_0 N}}\right) \tag{8}$$

где n - номер резонансной гармоники, а n_0 - некоторый параметр спектра системы. Существенным является двойная экспоненциальная зависимость от n , ограничивающая действие высших резонансов. Обнаружен новый вид диффузии Арнольда, который был ~~мы~~ назван <u>стримерной диффузией</u>. Она соответствует движению вдоль пересечения двух резонансов, которые сильно разрушают друг друга, образуя стохастическую область (стример) порядка ширины резонанса, а не стохастического слоя (3), как в обычной диффузии Арнольда. Это значительно увеличивает скорость диффузии:

$$D_C \sim I^2\omega \frac{\varepsilon^{3/2}}{n\sqrt{\alpha}} e^{-\frac{3}{4}\cdot\frac{\bar{m}n}{n_0}} \tag{9}$$

Вводится понятие и дается оценка коэффициента <u>двойной диффузии</u>, связанной с пересечением большого числа стохастических слоев или стримеров. При этом длина диффузии оказывается $\sim t^{1/4}$.

С учётом дополнительной "внешней" диффузии, которая практически всегда имеет место, диффузия Арнольда, ограниченная сама по себе очень узкими (при $s \ll 1$) стохастическими слоями (3) приводит к неустойчивости уже при любых начальных условиях.

В главе Ш собраны результаты численных экспериментов по детальному изучению свойств элементарной модели, которая задается нелинейным преобразованием $\varphi, \psi \to \varphi', \psi'$ вида:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \{\varphi + k f(\psi)\} \\ \psi' &= \{\psi + \varphi'\} \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь скобки $\{\ldots\}$ означают дробную часть аргумента; k - параметр; $f(\psi)$ - произвольная функция.

Предварительно даётся общая сравнительная характеристика "настоящих" и численных экспериментов. Отмечается преимущество последних для определенного класса задач в отношении гибкости эксперимента и полной однозначной информации о состоянии системы. Обсуждается главный "аппаратурный" эффект - ошибки округления и "квантованность" пространства вычислительной машины (ЭВМ). Затем производится выбор модели счета и методики обработки результатов. Эксперименты проводились, в основном, на БЭСМ-6 Вычислительного центра СО АН СССР совместно с Израйлевым и будут подробно изложены в его кандидатской диссертации.

Продолжительность движения в этих экспериментах равнялась обычно $10^7 \div 10^8$ шагов преобразования (10) за исключением одного случая, когда она составляла 10^{10} шагов. В § 3.3 исследуется область колмогоровской устойчивости ($s \ll 1$). Основное внимание обращается на выяснение положения границы вечной устойчивости теории КАМ по отношению к границе стохастичности (2). Оказалось, что обе границы совпадают в пределах точности оценки (2). Попутно выяснилось, что накопление ошибок округления идет значительно медленнее (приблизительно в 20 раз), чем по случайному закону. Показано, что накопление ошибок эквивалентно действию некоторого генератора псевдослучайных чисел, который в данном случае оказался "плохим".

Опыты с неаналитическим возмущением показали, что устойчивость движения оказывается даже несколько лучше, чем по нижней оценке (7). Причина этого осталась невыясненной. Структура фазовой плоскости в этом случае очень сложна (рис.4).

В § 3.4,5 описываются опыты в области стохастичности ($S \gg 1$). Основной результат состоит в том, что по всем критериям движение является здесь случайным, а суммарная площадь "островков" устойчивости убывает в соответствии с оценками § 2.8. Экспериментальные значения энтропии неожиданно хорошо согласуются с аналитическими оценками (таблица I). Процесс перемешивания для элементарной модели показан схематически на рис.5. Стохастический слой вблизи сепаратрисы - зародыш неустойчивости - представлен на рис.6 (область колмогоровской устойчивости, $K = 0.62$; $f(\psi) = \frac{\sin 2\pi\psi}{2\pi}$. Промежуточная зона иллюстрируется рис.7 ($K = 0.2$; $f = \psi^2 - \psi + 1/6$). Пример "островка" устойчивости в области стохастичности представлен на рис.8 ($K = 8$; $f = \psi^2 - \psi + 1/6$; $K_s = 4$).

Наконец, в последнем параграфе этой главы описаны численные эксперименты с многомерной моделью, представляющей собой два связанных осциллятора типа (IO). Эксперименты проводились на машине СДС-6600 Вычислительного центра ЦЕРН'а (Женева) совместно с Кайлом и Сесслером. Обнаружена слабая неустойчивость, развивающаяся за время $\sim 3.10^8$ шагов(рис.9), которая может быть интерпретирована как диффузия Арнольда, хотя это и не доказано, так как эксперименты окончились до построения теории диффузии Арнольда. Оказалось, что очень чувствительным и удобным методом индикации слабой диффузии является наблюдение локальной устойчивости движения, что позволяет существенно сократить время счёта. Пример развития локальной неустойчивости приведен на рис.IO. ~~изменяется в интервале IO^{I4} ÷ IO^{2I}~~

В последней (IУ) главе диссертации описаны некоторые приложения развиваемой теории стохастичности. Единственным "полезным" приложением является стохастическое ускорение, предложенное в разных вариантах Ферми и Бурштейном, Векслером, Коломенским. Основной результат теории, развитой совместно с Заславским,- наличие верхней границы по энергии, зависящей от параметров "стохатрона". Численные эксперименты~~, проведенные в~~ показывают хорошее согласие этой границы с общим критерием (2) (рис.II). В последнее время стохастическое ускорение было использовано для предварительного нагрева плазмы в стеллараторе Волосова.

Остальные приложения стохастичности являются "вредными" в том смысле, что стохастичность вызывает более или менее опасную неустойчивость системы. Задача теории здесь состоит в том, чтобы указать условия устойчивости.

В § 4.2 эта проблема рассматривается для силовых линий магнитного поля в замкнутой ловушке типа стелларатора. При этом силовые линии можно рассматривать как траектории некоторой гамильтоновой системы. Эта задача рассматривалась впервые Сагдеевым и Заславским и затем мною. Роль нелинейности здесь играет так называемый "шир" магнитного поля. Показано, что существует оптимальное значение "шира", отклонение от которого в обе стороны приводит к уменьшению устойчивости силовых линий. Предлагается использовать стохастическую неустойчивость линий для осуществления ловушки Скорнякова, в которой область "турбулентного" магнитного поля окружена "ламинарной" областью. Предполагается, что подобная структура магнитного поля может способствовать устойчивости плазмы. Сравнение теории с численными экспериментами Гибсона для тороидального возмущения дано на рис.I2.

Еще одной областью приложения служит динамика нелинейных волн. Исходным пунктом здесь явились численные эксперименты Ферми, Паста, Улама с нелинейной струной, которые привели к удивительному по тем временам результату - отсутствию равнораспределения энергии между модами колебаний. Этот результат был объяснен совместно с Израйлевым путем вычисления критерия стохастичности для этой системы. В дальнейшем совместно с Израйлевым и Хисамутдиновым были проведены обширные численные эксперименты, которые в общем подтвердили концепцию границы стохастичности. В этих экспериментах так же как и в работе Ферми-Паста-Улама использовалась, фактически, цепочка нелинейных связанных осцилляторов, приближенно представляющая струну. Эта модель оказалась чрезвычайно удобной как для численных экспериментов (обыкновенные дифференциальные урав -

нения вместо уравнений в частных производных), так и благодаря своему промежуточному положению между дискретными динамическими системами и непрерывными волнами. Нерешенным вопросом остается здесь связь между свойствами этой модели и нелинейного волнового уравнения первого порядка типа Кортевега-де-Вриза. Пожалуй наиболее эффективная демонстрация стохастической неустойчивости нелинейной цепочки представлена на рис.13. Этот результат был подтвержден недавно в численных экспериментах Хирука и Саито с двумерной нелинейной решеткой.

Оставшиеся три параграфа главы IУ посвящены приложениям диффузии Арнольда. Наиболее важной является проблема устойчивости встречных протонных и антипротонных пучков. Требуемое время жизни пучков в накопителях достигает многих часов и даже суток. Нелинейность колебаний появляется здесь главным образом за счет взаимодействия со встречным сгустком. В диссертации рассмотрено так называемое слабо-сильное взаимодействие. Получена оценка границы стохастичности, которая находится в разумном согласии с существующими экспериментальными данными. Диффузия Арнольда приводит к ограничению на ток пучка. Выяснено, что наиболее неблагоприятной является круглая форма пучков. Произведены оценки влияния синхробетатронных резонансов, которые могут значительно ухудшить устойчивость. Получены допуски на паразитную модуляцию магнитного поля и высокой частоты.

В § 4.4 исследована устойчивость движения заряженных частиц в ловушке с магнитными пробками при малом значении параметра адиабатичности. Эта задача возможно имеет некоторое значение для динамики радиационных поясов Земли. Однако непосредственной целью наших исследований была попытка интерпретировать наиболее детальные эксперименты по движению электронов в магнитной ловушке, выполненные в нашем институте группами Дубининой и Трайнина, которые могут быть сопоставлены с диффузией Арнольда. Непосредственным доказательством влияния резонансов на движение частиц являются провалы в энергитическом спектре частиц в ловушке, соответствующие как раз резонансам между ларморовским вращением и продольными колебаниями (рис.I4). Однако диффузия Арнольда требует в данном случае хотя бы небольшой азимутальной неоднородности поля, что сейчас, после окончания экспериментов, уже невозможно проверить непосредственно. Тем не менее удается объяснить все основные экспериментальные результаты, подчас довольно неожиданные. К числу последних относится так называемое нижнее плато на кривой зависимости времени жизни электронов τ от магнитного поля H, когда при уменьшении H после резкого падения τ из-за неадиабатичности оно перестает изменяться с H, но оказывается обратно пропорциональным давлению остаточного газа в ловушке (рис.I5). С точки зрения развиваемой теории это объясняется диффузией на газе до ближайшего работающего резонанса, после чего происходит диффузия Арнольда. При этом оказывается, что критическое магнитное поле, при котором происходит сокращение времени жизни, зависит от азимутальной неоднородности только логарифмически.

Наконец, последний объект приложения нашей теории - Солнечная система (§ 4.5). Особенно богатый наблюдательный материал собран здесь по астероидам, число которых достигает сейчас I660. Бросается в глаза сходство между энергитичес -

кими спектрами электронов в магнитной ловушке и астероидов (рис.16). В последнем опять таки наблюдаются характерные провалы ("люки") вблизи сильных резонансов с Юпитером. Показано, что диффузия Арнольда на трехчастотных резонансах (частоты Юпитера, астероида и частота обращения/прецессии орбиты астероида) позволяет объяснить качественно и количественно (по порядку величины) основные особенности спектра астероидов, в том числе и единственное несомненное исключение из общего правила "люков", состоящее в том, что резонансу 1/1 соответствует максимум (группа троянцев). Максимум вблизи резонанса 2/3 является на наш взгляд спорным. Механизм образования "люков" связан с увеличением эксцентриситета резонансных орбит вследствие диффузии Арнольда, сближением их с Юпитером и, как следствие, изменением энергии астероида или даже его захватом Юпитером. Показывается, что в применении к существующим большим планетам эта диффузия пренебрежимо мала либо из-за малого эксцентриситета их орбит, либо из-за малой массы соседа.

В заключение - несколько замечаний о природе статистических законов, которые можно рассматривать как некоторое лирическое отступление (§ 2.13). Причина, по которой целесообразно, как нам кажется, снова вернуться к этому вопросу, связана с тем, что в диссертации исследована очень простая модель стохастичности, в которой можно легко проследить во всех деталях возникновение статистических законов в динамической системе. Нам кажется, что такая модель может быть положена в основу общего объяснения статистических законов природы. Для этого необходимо прежде всего исключить свойство иррегулярности (понимаемое как отсутствие алгоритма) "настоящего" случайного процесса как ненаблюдаемое. Далее, вместо обычной постановки статистического опыта как многократного повторения процесса при заданных макроскопических условиях следует рассматривать единый процесс в интервале: $-\infty < t < +\infty$. Наконец, показывается, что в отношении динамического аспекта движения невозможно выделить замкнутую подсистему из-за экспоненциальной неустойчивости стохастического движения. В этих условиях нарушение статистических законов в рассматриваемой модели могло бы иметь место только для специальных начальных условий всей Вселенной меры нуль. Обсуждаются некоторые варианты исключения даже этой минимальной гипотезы. Из принятой модели вытекает отсутствие "стрелы" (выделенного направления) времени, которое заменяется симметричным по времени свойством перемешивания. Вместе с констатацией факта весьма специальных начальных условий современной Вселенной, связанных с её сильной термодинамической не - равновесностью или, лучше сказать, с отсутствием равновесного состояния вообще при гравитационном взаимодействии это разрешает парадокс необратимости Лошмидта. Попутно указывается, что парадокс Цермело, опирающийся на возвратную теорему Пуанкаре, основан на недоразумении, связанном с широко распространенным неправильным пониманием этой теоремы. Отмечается, что линейная модель современной статистической механики является возможной, но необязательной и не соответствует реальной молекулярной динамике. В связи с этим обсуждаются некоторые ошибки школы Пригожина. Побочным результатом развиваемой концепции явился выбор наилучшего в некотором смысле генератора псевдослучайных чисел, который необходим для решения многих задач.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ - академик Г.И.БУДКЕР.

Есть вопросы?

Вопрос:

Я хотел бы, чтобы вы повторили еще раз соображения о ненаблюдаемости иррегулярности случайного процесса.

Б.В.ЧИРИКОВ

Соображения следующие. Если взять математическое определение, что такое случайный процесс, или что такое случайная последовательность, оно включает два требования. Первое требование - существование предела, который дает вероятность любой величины. Первое требование - что предел должен существовать, это требование здесь сохраняется. Второе требование - что последовательность должна быть иррегулярной. Это значит, что выбор любой подпоследовательности не должен изменять вероятности, выбор по любому закону. Это важно, что первое требование имеет точный математический смысл, а второе неточный смысл, потому что не ясно, что такое выбор по любому закону. Можно сформулировать второе требование иначе - не существует алгоритма, который бы своим решением имел данную случайную последовательность. Мое утверждение состоит в том, что это требование нельзя проверить. Если задана любая последовательность, я не могу доказать, что она иррегулярна. Вы можете найти ее закон, но обратного доказать нельзя. Поэтому предлагается исключить требование иррегулярности как ненаблюдаемое. Конечно, можно вообще не рассматривать в динамической теории понятие случайности, тогда не возникает проблемы. Но я хочу связать динамическую теорию со статистической физикой.

Если принять в определении случайности требование иррегулярности, то связь запрещается, потому что в динамической теории есть алгоритм. Если же это требование исключить и заменить его требованием движения с перемешиванием и энтропией Крылова-Колмогорова, тогда существуют решения динамических уравнений, со всеми остальными свойствами случайного процесса: вероятность (эргодичность), исчезновение корреляций и т.д., т.е. движение ведет себя как случайное.

<u>С места</u> -

Это эквивалентно требованию локальной неустойчивости?

<u>ЧИРИКОВ Б.В.</u>

Да, это требование эквивалентно энтропии, которая равна средней скорости расходимости близких траекторий. Есть еще интересные эквивалентные определения, например, спектр движения. Можно взять спектр траекторий, нужно только исключить некоторые особые траектории меры нуль - ведь все теоремы эргодической теории справедливы с точностью до меры нуль. Кстати, любопытно, что такие траектории не совсем уж редки: по теореме Синая множество периодических решений. Если исключить эти особо траектории и рассмотреть спектр системы, то перемешивание эквивалентно непрерывному спектру, а положительная энтропия означает, что спектральная плотность является аналитической функцией частоты. В эргодической теории обычно рассматривается спектр корреляций, при вычислении которого автоматически исключаются траектории меры нуль.

<u>Вопрос:</u>

Не является ли все таки наличие неразрушенных резонансов следствием отказа от этой гипотезы иррегулярности?

<u>Б.В.ЧИРИКОВ</u>

Нет, не является, это несвязанные вещи. Есть системы, где нет квазирезонансов. Если рассматривать некоторые модели столтеории есть алгоритм. Если же это требование исключить и заменить его требованием движения с перемешиванием и энтропией Крылова-Колмогорова, тогда существуют решения динамических уравнений, со всеми остальными свойствами случайного процесса: вероятность (эргодичность), исчезновение корреляций и т.д., т.е. движение ведет себя как случайное.

С места -

Это эквивалентно требованию локальной неустойчивости?

ЧИРИКОВ Б.В.

Да, это требование эквивалентно энтропии, которая равна средней скорости расходимости близких траекторий. Есть еще интересные эквивалентные определения, например, спектр движения. Можно взять спектр траекторий, нужно только исключить некоторые особые траектории меры нуль - ведь все теоремы эргодической теории справедливы с точностью до меры нуль. Кстати, любопытно,что такие траектории не совсем уж редки: по теореме Синая множество периодических решений. Если исключить эти особо траектории и рассмотреть спектр системы, то перемешивание эквивалентно непрерывному спектру, а положительная энтропия означает, что спектральная плотность является аналитической функцией частоты. В эргодической теории обычно рассматривается спектр корреляций, при вычислении которого автоматически исключаются траектории меры нуль.

Вопрос:

Не является ли все таки наличие неразрушенных резонансов следствием отказа от этой гипотезы иррегулярности?

Б.В.ЧИРИКОВ

Нет, не является, это несвязанные вещи. Есть системы,где нет квазирезонансов. Если рассматривать некоторые модели столкновения молекул, то там нет устойчивых областей. Отказ от иррегулярности означает, что случайное движение рассматривается как частный случай общего динамического движения системы. Конечно, можно сказать, что это, по определению, не случайное движение, но тогда возникает вопрос, что такое "настоящее" случайное движение, оно задается тогда какими-то нединамическими уравнениями. Мое утверждение состоит в том, что все наблюдаемые свойства случайного процесса могут быть получены из динамических уравнений. Это, конечно, не главное содержание работы, но попытка рассмотреть не только конкретные модели, которые интересны для приложения, но и общие статистические законы. И моя точка зрения в этом вопросе отлична от точки зрения Крылова, хотя в остальном наши точки зрения совпадают.

Г.И.БУДКЕР - академик.

Еще есть вопросы? Нет.

Я зачитаю отзыв ведущей организации. (Зачитывается).

Академик БУДКЕР Г.И.

Слово имеет официальный оппонент член-корр.Академии наук Армянской ССР Орлов Юрий Федорович.

Член-корр.АН Арм.ССР ОРЛОВ Ю.Ф.

(Отзыв прилагается).

Академик БУДКЕР Г.И.

Слово предоставляется официальному оппоненту доктору физ.-мат.наук РАДИНОВИЧУ Матвею Сасмоновичу.

Д.ф.-м.н.РАБИНОВИЧ М.С.

(Отзыв прилагается).

Академик БУДКЕР Г.И.

Слово имеет официальный оппонент академик САГДЕЕВ Роальд Зиннурович.

Академик САГДЕЕВ Р.З. (Отзыв прилагается).

Академик Г.И.Будкер

Слово имеет диссертант для ответа на замечания.

Б.В.Чириков:

Я прежде всего должен отметить, что критических замечаний не так уж много. Я буду отвечать всем сразу, потому что многие замечания общие.

Связь с теорией КАМ. Это теория действительно не даёт практической оценки параметра неустойчивости. Тем не менее, было бы неправильно недооценивать значение этой теории, поэтому что, когда вы строите приближенную теорию, очень важно иметь точное решение в каком-то крайнем случае.

Теперь замечание насчет модели для численного счета. На первый взгляд элментарная модель, которую мы в основном исследовали, совершенно не похожа ни на какую реальную механическую систему. Однако развиваемая теория как раз и даёт возможность связать её с реальными системами. Зато элементарная модель очень проста и даёт возможность исследовать её движение с помощью численного эксперимента на очень длительном времени, до 10^9 шагов. Если же взять, например, "движение" силовой линии магнитного поля, то это - значительно более сложная система и счет её движения на длительное время невозможен на современных машинах. Возможно, что для плазменных задач это и не нужно, но, например, в случае встречных пучков исследование очень длительного движения оказывается существенным.

И я совершенно согласен с замечанием относительно плазменной турбулентности. Действительно, следует сказать, что наглядные картина гидродинамической турбулентности, которую мы все хорошо знаем со школьной скамьи, очень похожа на картину движения с перемешиванием и даже с разделенным фазовым пространством в случае, например, турбулентной струи. Было бы очень интересно, конечно, попробовать применить развиваемую теорию к проблеме турбулентности. К сожалению, я пока не знаю как это сделать, так как моя теория существенным образом основана на свойствах резонансов. Кроме того, в своих исследованиях мы как-то тяготели к дискретным системам, даже задача о поведении нелинейной струны была заменена задачей о нелинейной цепочке.

Точно так же очень важно и интересно квантовое обобщение стохастичности, и не только с точки зрения практических приложений к ядру, но и с принципиальной точки зрения. В частности, остаётся неясным такой вопрос. В классике стохастичность означает непрерывный спектр движения, с другой стороны - спектр квантовой системы в ограниченном объёме всегда дискретен, и я не знаю как это связать и как в квантовой системе может быть стохастичность в дискретном спектре.

И совсем кратко - философские вопросы. Во-первых, о конструктивной физике - я согласен, что этот термин неудачный, но термин "физическая математика" мне тоже не нравится. Математика - это метод и она не может служить предметом для физика. Я думаю, что в численном эксперименте я имею дело с такой же физической реальностью, как и в "настоящем "эксперименте, хотя и несколько ограниченной. Нет никакой разницы, наблюдаю я движение электронов или интегрирую уравнения движения. Разница в другом. В настоящем эксперименте вы можете получить в принципе не только мастику для полов, но неожиданно и элексир молодости, то-есть вы можете неожиданно сделать великое фундаментальное открытие. В численном эксперименте такое неожиданное открытие абсолютно невозможно, а в "настоящем" эксперименте вам может повезти с вероятностью, скажем, 10^{-10}.

Следующий вопрос - насчет природы статистических законов. Это действительно очень спорный вопрос во многих отношениях, и он не является основным в диссертации. Я хотел бы обратить внимание только на два обстоятельства.

Во-первых, оказывается, что основная особенность стохастического движения - экспоненциальная неустойчивость - приводит к такому интересному результату, что Вселенная, с точки зрения динамического аспекта движения, не может быть разделена на подсистемы. Имеется только одна замкнутая система - вся Вселенная.

Во-вторых, хотя это и не так важно, но все же интересно, откуда берутся статистические законы, каким образом возникает необратимость? В частности, большинство физиков, по-видимому, считает, что оба направления времени неравноправны, в то время как в эргодической теории появляется симметричное относительно направления времени свойство перемешивания для подавляющего большинства начальных условий. Интересно также отметить, что современная статистическая физика не только не основывается на эргодической теории, которая была специально создана для её обоснования, но даже отвергает её. В частности, она справедлива и для линейной системы с полным набором интегралов движения. Это обстоятельство недостаточно широко известно и может представить интерес, как мне кажется, по крайней мере для студентов, на лекциях по физике.

В остальном я согласен с оппонентами и благодарен им за ценные замечания.

Академик Г.И.Будкер.

Хочет кто-либо выступить? Нет желающих. В таком случае разрешите мне. Здесь в диссертации написано, что диссертант среди прочего списка благодарен Будкеру - это неправильно, никто не приложил столько сил, чтобы помешать диссертанту сделать диссертацию, сколько сделал это я. Чириков является хорошим экспериментатором, думающим и умеющим делать, и те экспериментальные работы, которые он сделал, были очень хорошие изящные эксперименты. Потом его охватила страсть заниматься теорией, что было ошибкой со стороны диссертанта. Таким образом, вся эта прекрасная работа ~~являлась~~ явилась следствием роковой ошибки в жизни диссертанта и единственно, чем она оправдывается, - это тем, что наука от этого выиграла и мы все, члены ученого совета, должны учесть эту пользу при голосовании.

Конечно, если бы диссертант работал, скажем, в Саратовском или Воронежском университетах, то трудно было бы оспаривать рациональность этого дела, которым он занимался много лет, но находясь в таком изобилии экспериментальных возможностей вряд ли было рационально оставить все и заняться теорией. Ведь теоретиков больше, чем экспериментаторов. Экспериментатор, хорошо разбирающийся в вопросах теории, представляет большую редкость и ценное явление. Физик не должен всю жизнь заниматься одним и тем же делом - это плохо, из него получится узкий специалист, который знает одно-единственное дело в течение всей жизни. Физик широкого профиля после 5-7 лет работы должен менять профессию и это вполне оправданно. Всякое творче -

ство - есть поэзия, есть искусство, а не только наука, и слишком длительное постоянство приводит к сужению горизонта. Я хочу высказать свое мнение. В биографии нашего диссертанта наступил перелом и он будет заниматься новой областью физики, на что опыта у него вполне достаточно.

Доктор физико-математических наук М.С. Рабинович

Я хочу не согласиться и хочу сказать следующее. По-моему Чириков - единственный человек в Советском Союзе, который мог эту работу сделать; никто другой её не мог сделать. Я уверен, что эта работа принесет славу Институту ядерной физики Сибирского отделения. Сделана превосходная работа, которая является гордостью Института и мне очень приятно, что такие работы, которые охватывают новое направление, развиваются в этом Институте.

Кроме того, безусловно, эта работа найдёт ряд приложений к направлениям, которые здесь развиваются.

Академик Г.И.Будкер

Я знал, что у Рабиновича такая точка зрения и нарочно спровоцировал его на выступление.

Слово для заключения предоставляется дисертанту.

Б.В. Чириков

В заключение я бы хотел поблагодарить очень многих людей, без которых эта работа не могла бы быть выполнена. Прежде всего, моих соавторов основных работ, которые вошли и составили основу этой диссертации и, кроме того, я хотел бы поблагодарить всех товарищей, всех научных сотрудников, как нашего Института, так и других учреждений за многочисленные дискуссии, которые оказали существенное влияние на эти исследования.

Особенно я хотел бы поблагодарить моих оппонентов, и не только за то, что они проанализировали окончательный текст диссертации и написали соответствующие отзывы, но и за их постоянный интерес к моей работе на протяжении многих лет, за многочисленные дискуссии и замечания, которые способствовали развитию этих исследований.

Наконец, в заключение я бы хотел сказать, что эта работа, в основном, внеплановая для нашего Института, лежащая в стороне от главных направлений Института не могла быть сделана без существенного попустительства к таким работам со стороны нашего директора, за что я очень благодарен Андрею Михайловичу.

Академик Г.И.Будкер

Есть предложение выбрать счетную комиссию в следующем составе:

член-корреспондент АН СССР Р.И.Солоухин

член-корреспондент АН СССР А.Н.Скринский

член-корреспондент АН СССР П.А.Сидоров

Просим счетную комиссию приступить к голосованию.

Объявляется перерыв.

После перерыва

Академик Г.И.Будкер

Продолжаем заседание Ученого совета. Слово предоставляется председателю счетной комиссии члену-корреспонденту АН СССР Р.И.Солоухину, для оглашения результатов тайного голосования.

Член-корреспондент АН СССР
Р.И.Солоухин

Протокол счетной комиссии по баллатировке Чирикова Б.В. на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Из списочного состава членов Ученого совета 19, присутствуют на заседании Ученого совета 15, получено бюллетеней 19, роздано бюллетеней 15.

При подсчете голосов оказалось: за присуждение ученой степени голосовало 15, против - нет, недействительных бюллетеней - нет, оставшиеся излишними - 4 - уничтожены.

Таким образом, на основании результатов тайного голосования Чирикову Борису Валериановичу присуждается ученая степень доктора физико-математических наук за диссертационную работу на тему: "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности".

Академик Г.И.Будкер

Нам нужно утвердить протокол счетной комиссии, кто за это предложение, прошу голосовать. Кто против - Нет. Кто воздержался? - Нет. Протокол счетной комиссии утверждается единогласно.

Разрешите от вашего имени поздравить Бориса Валериановича с успешной защитой и пожелать ему дальнейших успехов в работе.

/аплодисменты/

Председатель Ученого совета академик	Г.И.Будкер
Ученый секретарь Совета кандидат физ.-мат. наук	А.Г.Хабахпашев

О Т З Ы В

официального оппонента члена-корреспондента АН Арм.ССР Орлова Ю.Ф. на диссертацию Б.В.Чирикова "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Представленная работа является блестящим качественным /и приближенным количественным/ исследованием поведения нелинейной консервативной системы в области перехода от устойчивости к стохастической неустойчивости. Главный результат - критерий перехода к стохастическому движению - является, несомненно, наиболее важным достижением в этом направлении, во всяком случае, с точки зрения физика. Б.В.Чириков получил ясную картину явления и тем самым фактически открыл новое направление физических исследований.

Помимо этого автором исследованы многие тонкие эффекты: арнольдова диффузия, /получена ширина стохастического слоя, коэффициент диффузии и др./; обнаруженная автором "стримерная" диффузия в многомерных системах/получены граница стохастичности и коэффициент диффузии и др./; обнаруженные автором островки устойчивости /"квази-резонансы"/ в море стохастической неустойчивости и другие эффекты.

Очень интересен и практически важен тонкий анализ стохастического ускорения частиц /получены критерий возникновения эффекта, наличие верхней границы по энергии и др./ и анализ стохастической неустойчивости в магнитной ловушке.

Основные качественные результаты получены автором с помощью анализа так называемой основной модели. Правда, автор, повидимому, несколько преувеличивает универсальность этой модели, стремясь объяснить на ее основе природу всех вообще статистических законов /последний § гл. П/.

Большую часть своих выводов Б.В.Чириков проверил с помощью математических /машинных/ экспериментов, проведенных на очень высоком уровне. Характер стохастической неустойчивости в ловушке исследован в "настоящем" эксперименте.

В целом исследования Б.В.Чирикова, как уже было сказано, открывают новое направление в физике / в математике оно интенсивно развивается Колмогоровым и его учениками в последние 10 - 15 лет/. Б.В.Чириков несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Автореферат соответствует содержанию диссертации.

ОФФИЦИАЛЬНЫЙ ОППОНЕНТ

член-корреспондент АН Арм. ССР

Ю.Ф.ОРЛОВ

О Т З Ы В

о диссертации Б.В.Чирикова "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Исследования Б.В.Чирикова, вошедшие в диссертацию, посвящены важнейшему для физики вопросу, где и как нужно переходить от динамического описания физических систем к статистическому. Этот вопрос исследуется диссертантом с позиции физика на примере простых для понимания моделей. В тоже время его исследования являются развитием математической теории нелинейных колебаний, развиваемой Колмогоровым, Арнольдом, Синаем и др.

В первых главах диссертации исследуется простой пример механической системы - нелинейный осциллятор. Показано, что уже для этой простой модели возможна стохастическая неустойчивость движения и в этом случае применимы статистические законы. Даже если у системы число степеней свободы невелико. Сформулированный в диссертации критерий перехода к статистическому описанию физически прозрачен: ширина нелинейного резонанса должна быть больше расстояния между соседними резонансами.

Затем в диссертации показываетсякак от динамических уравнений переходить к кинетическому уравнению. Этот переход в деталях прослеживается для модели: одномерный осциллятор в периодическом поле возмущений.

Исследуется также движение многомерного осциллятора. Для этого общего случая сформулированы условия стохастичности, оценивается коэффициент диффузии по частоте.

Общие выводы теории стохастичности нашли применения в ряде конкретных задач физики. Перечислим некоторые из рассмотренных задач.

Проанализирована теория стохастического ускорения Ферми.

Изучено разрушение магнитных поверхностей в системах типа "Стелларатор" под действием возмущений.

Исследована неустойчивость встречных протонных и антипротонных пучков.

Дано объяснение наблюдаемого энергитического спектра электронов, удерживаемых магнитной ловушкой, и спектра астероидов в солнечной системе.

Эти примеры показывают сколь широка область применения теории и, одновременно, сфера интересов диссертанта. Работы Б.В.Чирикова по теме диссертации получили общее признание.

Несомненно, что Б.В.Чириков заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв составил д.ф.-м.н. Л.И. Рудаков

О Т З Ы В

на работу Б.В.Чирикова "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Работа Б.В.Чирикова представляет фундаментальное исследование по совершенно новым направлениям теории колебаний и статистической физики. Это направление выросло с одной стороны из триумфа и краха асимптотической теории нелинейных колебаний, а с другой стороны из применений результатов статистической физики к динамическим системам с малым числом степеней свободы. Действительно, современная асимптотическая теория позволила решать задачи во всех порядках разложения по малому параметру и в то же время оказалась несостоятельной при решении , казалось бы, простых задач, например, таких как удержание частиц в магнитной ловушке, существование магнитных поверхностей и т.п. С другой стороны довольно бесплодные занятия по математическому доказательству эргодической теоремы в течении многих десятилетий сменились изучением эргодичности в динамических системах с малым числом степеней свободы. Это позволило находить решение динамических задач, не поддающихся, несмотря на существование малого параметра, решению асимптотическими методами. Б.В.Чириков был первым, который обратил внимание на связь данной проблемы с взаимодействием резонансов в системе. Это направление им развивается уже в течение 10 лет. Наконец, ему принадлежит знаменитое эвристическое условие, которое получило название "критерий Чирикова для перехода к стохастичности".

В связи с этим следует отметить совершенно необычный глубоко физический метод решения сложнейших математических вопросов, применяемый Б.В.Чириковым. Для названия этого метода используется с моей точки зрения крайне неудачный термин: "конструктивная физика". Этим термином он хочет подчеркнуть, что вводятся новые приближенные законы, которые в принципе, но не практически, могут быть выведены из фундаментальных законов физики. Однако указанный метод характерен вообще для всех разделов науки, что позволяет считать, например, химию самостоятельной наукой, хотя никто не сомневается, что химические законы могут быть в принципе, но не практически, выведены из основных законов физики. На самом деле метод Б.В.Чирикова возник на границе между экспериментальной физикой и математикой. Поэтому я предпочел бы его назвать физической математикой / в отличие от математической физики, возникшей на границе между математикой и теоретической физикой/.

Действительно, в основе работы лежит разработка приближенных законов и закономерностей и проверка их на некоторых моделях аналитическими методами и методами численного эксперимента.

Диссертация состоит из 4-х глав.

Первая глава - вводная; в ней рассматривается нелинейный одиночный резонанс. Наибольший интерес вызывает универсальное описание резонанса.

Вторая глава посвящена физическому и модельному обоснованию "критерия стохастичности". Этот критерий весьма подробно обсуждается как в рамках асимптотических методов и теории КАМ /Колмогорова-Арнольда-Мозера/. Для обсуждения этого критерия привлекаются последние достижения эргодической теории. Весьма важным для практического применения является введение понятия о системах с разделенным фазовым пространством, а также о стохастическом слое. Все введенные понятия иллюстрируются на простых моделях и им дается физико-математическая интерпретация. Для понимания всей ситуации в целом, а также для многих приложений /ускорители, стеллараторы/является рассмотрение стохастического слоя вблизи сепаратрисы, который является по выражению автора "зародышем всякой неустойчивости нелинейных колебаний".

В области стохастичности возникает очень сложная структура перемеживающих слоев и островков устойчивости в районе периодических решений. Взаимодействие этих близких квазирезонансных областей приводит к их разрушению. Все это приводит к некоторому стохастическому /не эргодическому/ движению.

Переход к статистическому описанию и выводу кинетических уравнений проводится на простой модели одномерного осциллятора под действием периодического возмущения. Затем делается попытка обобщения этих результатов на случай многомерного нелинейного осциллятора.

В последнем параграфе второй главы автор отдает дань попыткам обоснования физических законов. Здесь автор не уходит дальше общих рассуждений о важности в этой проблеме представления о стохастическом поведении нелинейного одномерного осциллятора. По этому вопросу рассуждения автора методически интересны, но конечно ни в какой мере не убедительны и резко отличаются от всего остального содержания диссертации. Поскольку не существует математического доказательства справедливости критерия стохастичности из основных законов физики и, повидимому, до такого доказательства далеко, автор ставит целый ряд математических экспериментов над простейшими моделями. Этому посвящена третья глава.

В IУ главе решается целый ряд практически важных задач, развитым автором методом. Попутно, некоторые решения этих задач служат превосходным подтверждением гипотез автора. Среди задач упомянем теорию стохатрона, поведение силовых линий в стеллараторе, взаимодействие протонных, антипротонных пучков, движение частиц в магнитных ловушках, и др.

Оценивая диссертацию в целом следует отметить, что Б.В.Чириковым проделана очень большая важная и своеобразная работа, которая уже сейчас дала вполне ощутимый вклад.

Еще большее впечатление производит эвристичность диссертации, ее направленность к новым открытиям. Нельзя недооценивать также тот мост, который проложил автор между математическими и физическими работами по эргодичности.

Конечно, в новой области, охватывающей многие конкретные и принципиальные вопросы, нельзя избежать спорных формулировок. Их в диссертации много. Однако к диссертации Б.В.Чирикова нельзя подходить с обычными мерками, поскольку эта работа необычная и нетривиальная. Ее недостатки являются аналитическим продолжением ее достоинств и спорность формулировок и некоторых выводов лежит в основе использованного эвристического метода. У меня нет сомнений, что Б.В. Чирикову следует присвоить степень доктора физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук
профессор

М.С.Рабинович

О Т З Ы В

о диссертации Б.В.Чирикова "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Рецензируемая диссертация является итогом многолетних исследований в одной из наиболее сложных и вместе с тем красивых областей нелинейной механики - проблеме векового поведения нелинейной колебательной системы. Одна из наиболее привлекательных черт этой проблемы заключается в ее внешней наглядности и простоте постановки задачи. Однако за всем этим скрываются колоссальные трудности. Не случайно, что к настоящему времени здесь имеется лишь очень ограниченное количество строгих результатов: экспоненциальная точность адиабатического инварианта /причем это относится скорее к линейным системам/, теорема КАМ об устойчивости, решаемая модель Рохлина - Синая. За последние I0 - I5 лет появился целый ряд важнейших приложений, таких как движение частиц в ускорителях со сложными полями, в магнитных ловушках, о топологии магнитных поверхностей; - существенно заполнивших и расширивших традиционный круг приложений из небесной механики.

Основной заслугой диссертанта нужно считать весьма детальный анализ условия неустойчивости нелинейной колебательной системы $S \gg 1$. Наиболее убедительно и правдоподобно это условие стало после численного эксперимента, проведенного Б.В.Чириковым и его сотрудниками с рядом модельных нелинейных колебательных систем. Этот эксперимент стоит на грани возможностей современных быстродействующих ЭВМ.

Интересен анализ стохастического разрушения вблизи сепаратрисы, носящий, как показано Б.В.Чириковым, универсальный характер. Впервые проведен количественный анализ диффузии Арнольда в многомерных системах, подкрепленный численным экспериментом на модели / заметим кстати, что этот эксперимент проводился на машине CDC - 6600/.

Из приложений наибольший интерес представляет исследование открытого самим диссертантом стохастического ухода заряженных частиц из ловушки с магнитными пробками. Повидимому, это же явление удалось подтвердить в натурном эксперименте, поставленном по идее Чирикова.

Работы Чирикова сыграли важную роль в решении вопроса о разрушении магнитных поверхностей в стеллараторах. К сожалению, в численных экспериментах сам диссертант не исследовал системы, моделирующие поведение магнитных силовых линий.

Работа Б.В.Чирикова является крупным вкладом в нелинейную механику и в ряд ее приложений к физическим задачам. Она возникла не как диссертационная тема: просто человека мучил вопрос и он старался его разрешить. И сделал это успешно. Настолько успешно, что уже давно мог попутно защитить докторскую диссертацию. Но скромность и требовательность к себе и своей работе не позволяла ему это сделать раньше. Хочется пожелать Чирикову воспитывать эти качества и у своих сотрудников.

Вывод очевиден - Чирикову следует присудить ученую степень доктора физико-математических наук.

Академик

Р.З.Сагдеев

Отзыв о диссертации
Б.В. Чирикова „Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности" представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук.

Рецензируемая диссертация является итогом многолетних исследований в одной из наиболее сложных и вместе с тем красивых областей нелинейной механики — проблеме векового поведения нелинейной колебательной системы. ~~Здесь пересекаются интересы механиков, математиков и физиков. Вызванные. Однако интересовали принципиальные Хот Одна из наиболее~~

Одна из наиболее привлекательных черт этой проблемы заключается в её внешней наглядности, ~~поскольку к сожалению скрывающейся что до~~ и простоте постановки задачи. Однако за всем этим скрываются колоссальные трудности. Неслучайно, что к настоящему времени здесь имеется лишь очень ограниченное количество строгих результатов: экспоненциальная точность адиабатического инварианта (причём это относится скорее к линейным системам), теорема КАМ об устойчивости, решаемая модель Рохлина-Синая. ~~Однако, даже и эти результаты~~ За последние 10-15 лет появился целый ряд важнейших приложений, таких как движение частиц в ускорителях со сложными полями, в магнитных ловушках, о топологии магнитных поверхностей; — существенно дополнивших и расширивших традиционный круг приложений из небесной механики.

Основной заслугой диссертанта нужно считать весьма детальный анализ условий неустойчивости нелинейной колебательной системы $S \gg 1$. Наиболее убедительно и правдоподобно это условие стало после численного эксперимента, проведённого Б. В. Чириковым и его сотрудниками с рядом модельных нелинейных колебательных систем. Этот эксперимент стоит на грани возможностей современных быстродействующих ЭВМ. Интересен анализ стохастического разрушения вблизи сепаратрисы, носящий, как показано Б. В. Чириковым, универсальный характер.

Впервые проведен количественный анализ диффузии Арнольда в многомерных системах, подкреплённый численным экспериментом на модели (заметим кстати, что этот эксперимент проводился на машине CDC-6600).

Из приложений наибольший интерес представляет ~~откр~~ исследование открытого самим диссертантом стохастического ухода заряженных частиц из ловушки с магнитными пробками. Повидимому, это же явление удалось подтвердить в натурном эксперименте, поставленном по идее Чирикова. Работы Чирикова сыграли важную роль в решении вопроса о разрушении магнитных поверхностей в стеллараторах. К сожалению, в численных экспериментах сам диссертант не ~~использовал~~ исследовал ~~модели~~ системы, моделирующие ~~это~~ поведение магнитных силовых линий.

Работа Б.В. Чирикова является крупным вкладом в нелинейную механику и в ряд её приложений ~~лежащих на границе~~ к физическим задачам. Она возникла не как диссертационная тема: просто человека мучил вопрос и он ~~[illegible]~~ старался его разрешить. И сделал это успешно. Настолько успешно, что уже давно мог попытаться защитить докторскую диссертацию. Но скромность и требовательность к себе и своей работе не позволяли ему это сделать раньше. Хочется пожелать Чирикову воспитывать эти качества и ~~у своих~~ ~~хотя бы~~ сотрудников. ~~(? защищать)~~

~~Безу~~ Вывод очевиден – Чирикову следует присудить учёную степень доктора физико-математических наук.

Официальный оппонент,
академик

Р. З. Сагдеев