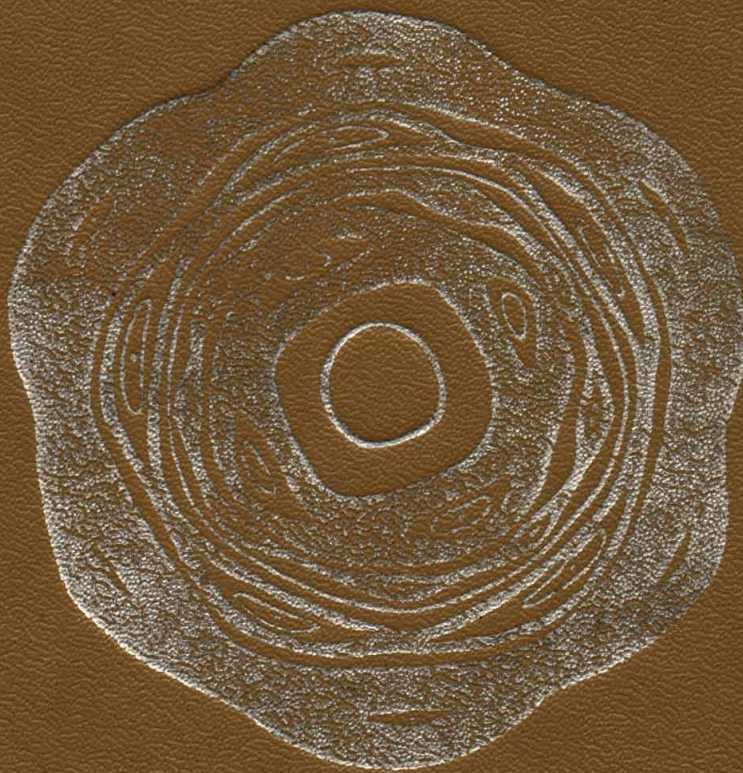


А. Лихтенберг
М. Либерман

**РЕГУЛЯРНАЯ
И СТОХАСТИЧЕСКАЯ
ДИНАМИКА**





A. J. Lichtenberg

M. A. Lieberman

**REGULAR AND
STOCHASTIC MOTION**

**SPRINGER-VERLAG
NEW YORK HEIDELBERG BERLIN**

**А. Лихтенберг
М. Либерман**

**РЕГУЛЯРНАЯ
И СТОХАСТИЧЕСКАЯ
ДИНАМИКА**

Перевод с английского
под редакцией
д-ра физ.-мат. наук, проф.
Б. В. ЧИРИКОВА

**МОСКВА
«МИР»
1984**

ББК 22.21
Л65
УДК 531 + 531.19

Лихтенберг А., Либерман М.

**Регулярная и стохастическая динамика: Пер. с англ.—
Л65 М.: Мир, 1984.— 528 с., ил.**

Монография известных американских физиков, профессоров Калифорнийского университета (Беркли) А. Лихтенберга и М. Либермана посвящена новой быстро развивающейся и малонизвестной области, пограничной между нелинейной механикой и статистической физикой. Основное внимание уделено выяснению физической сущности и механизма, а также условиям возникновения динамического хаоса, т. е. случайного движения полностью детерминированных систем классической механики. Подробно рассмотрены характерные примеры таких явлений и некоторые приложения. Значительное место отведено описанию и иллюстрации различных методов теоретического анализа и практического расчета хаотических процессов.

Предназначена для широкого круга научных работников и инженеров в области механики, физики и в определенной степени химии и биологии, а также для преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов соответствующих специальностей.

Л 1704020000—332
041(01)—84 58—84, ч. 1

ББК 22.21
531

Редакция литературы по физике

Аллан Лихтенберг, Майкл Либерман

РЕГУЛЯРНАЯ И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА

Научный редактор Е. И. Майкова Мл. научные редакторы И. А. Зиновьева, Г. Г. Сорокина

Художник Г. А. Шипов. Художественный редактор С. И. Кравцова Технический редактор З. И. Резник. Корректор С. А. Денисова

ИБ № 3959

Сдано в набор 18.11.83. Подписано к печати 28.05.84. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 1. Гарнитура латинская. Печать высокая. Объем 16,50 бум. л. Усл. печ. л. 33,00. Усл. кр.-отг. 33,00. Уч.-изд. л. 31,86. Изд. № 2/3272. Тираж 4200 экз. Зак. 141. Цена 5 р. 10 к.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2.

Ленинградская типография № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 191126, Ленинград, Социалистическая, ул., 14

© 1983 by Springer-Verlag New York Inc.
All rights reserved. Authorized translation from
English language edition published by Springer-Verlag Berlin—Heidelberg — New York.
© Перевод на русский язык, «Мир», 1984

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Книга, перевод которой предлагается читателю, написана известными американскими физиками, профессорами Калифорнийского университета (Беркли) А. Лихтенбергом и М. Либерманом. Она посвящена весьма необычной области классической механики, которая получила название стохастической, или хаотической, динамики.

Фундаментальное значение исследований в этой области, бурно развивающихся особенно в последнее десятилетие, состоит в том, что они вскрывают динамическую природу случайности и статистических законов, преобразуя частную гипотезу «молекулярного хаоса», выдвинутую Больцманом более ста лет тому назад, в общую теорию динамического хаоса.

Многочисленные приложения хаотической динамики в самых разных областях физики и техники, а также других наук обязаны тому существенно новому и принципиально важному обстоятельству, что статистические законы, а вместе с ними простое статистическое описание более не ограничены (нашим незнанием!) только очень сложными системами с большим числом степеней свободы. Напротив, при определенных условиях, которые сводятся в основном к сильной (экспоненциальной) локальной неустойчивости движения в некоторой области фазового пространства, динамический хаос возможен, например, всего при двух степенях свободы консервативной гамильтоновой системы. Источник чрезвычайной сложности, характерной для индивидуальной реализации случайного процесса, оказался совсем не там, где его искали со времен Больцмана! Дело вовсе не в сложном устройстве конкретной динамической системы (и уж тем более не в числе ее степеней свободы) и даже не во внешнем «шуме» (что есть только иное выражение сложности другой системы — окружающей среды), а в *точно заданных* начальных условиях движения. В силу непрерывности фазового пространства в классической механике эти начальные условия содержат бесконечное количество информации, которое при наличии сильной неустойчивости и определяет предельно сложную, непредсказуемую и невоспроизводимую картину хаотического движения. Такая система не «забывает» свои начальные условия, а наоборот, следует им во всех мельчайших деталях и именно это и приводит к хаосу, который с самого начала заложен в этих деталях. Конечно, с точки зрения физики все это — весьма существенная идеализа-

ция, но в то же время это как раз тот самый предельный случай, который открывает новую перспективу реальной динамики и не только классической, но и квантовой.

Предлагаемая читателю книга является почти единственной¹⁾ физической (несмотря на обилие формул) монографией в рассматриваемой области; она представляет собой одну из первых попыток дать цельную картину по существу нового раздела физики. Ее авторы в течение многих лет успешно работают в этой области, им принадлежит здесь ряд интересных и важных результатов, они хорошо известны среди специалистов как за рубежом, так и в нашей стране. Один из авторов, проф. А. Лихтенберг, знаком также и более широкому кругу советских читателей по переводу его книги [3].

Новая книга рассчитана на широкий круг специалистов. Однако она не является популярной и при активном чтении требует значительной работы, переосмысления многих привычных понятий. Авторы ставят своей задачей не только рассказать о новой области или дать обзор новых результатов, но и научить читателя (желающего!) работать в этой области и помочь ему овладеть методами теоретического анализа и практических расчетов. Основной направляющей нитью изложения является детальное и всестороннее обсуждение перехода от простых и хорошо известных регулярных нелинейных колебаний к различным режимам хаотического движения (гл. 3—5), включая такие тонкие эффекты, как диффузия Арнольда (гл. 6). Авторы подобрали небольшое число достаточно простых и характерных примеров, к которым они многократно возвращаются при описании различных эффектов или методов анализа. Это существенно облегчает, на наш взгляд, понимание и освоение основного материала. Книга хорошо иллюстрирована; она включает разнообразные результаты численного моделирования, что значительно способствует наглядности изложения.

В книге рассматривается в основном гамильтонова динамика. Диссипативным системам посвящена только гл. 7. Изложение здесь более конспективно, особенно это касается наиболее интересного § 7.4 «Проблема турбулентности». Тем не менее материал этой главы служит хорошим введением в современную теорию диссипативных динамических систем.

В основу анализа гамильтоновой динамики положена резонансная теория возмущений (§ 2.4), опирающаяся на ясные физические представления и позволяющая количественно исследовать такие сложные задачи, как, например, стохастический слой вокруг сепаратрисы нелинейного резонанса. Основная идея здесь заключается в том, что переход с ростом возмущения от регулярного движения к хаосу происходит через изменение топологии инвариант-

¹⁾ Совсем недавно из печати вышла монография Заславского [1], посвященная той же проблеме с одним, однако, существенным добавлением: в нее включены вопросы квантовой теории динамического хаоса. Математические монографии также немногочисленны (см., например, [2]).

ных кривых в окрестности нелинейных резонансов. Система резонансов является, вообще говоря, всюду плотной в фазовом пространстве и имеет иерархическую структуру, которая характеризуется бесконечной последовательностью уровней: первичные резонансы между невозмущенными колебаниями, вторичные резонансы с колебаниями на первичных резонансах и т. д.

Наряду с этим описаны и другие новые методы в теории нелинейных колебаний, в том числе и малоизвестные нашему читателю. Это относится прежде всего к использованию преобразований Ли (§ 2.5), методу Дуннета—Лейнга—Тейлора (п. 2.4г) и ренормализации (§ 4.4 и 4.5).

Наряду с чисто динамическими задачами рассмотрено также совместное влияние резонансов и внешнего шума (§ 6.3). Принципиально важно, что динамический хаос возможен в отсутствие какого-либо внешнего случайного возмущения. Однако не менее существенно и то, что в условиях глобального хаоса всегда присутствующий реально слабый шум не изменяет статистические свойства системы. С другой стороны, при некоторых условиях, например вблизи границы перехода к динамическому хаосу, совместное действие шума и резонансов может быть совсем иным, нежели каждого из этих факторов в отдельности.

Один из недостатков книги — некоторая перегруженность различными, иногда очень специальными методами и задачами. Отчасти это сделано авторами сознательно в расчете на то, что книга может служить своего рода справочником для тех, кто уже освоил основы хаотической динамики. Чтобы помочь начинающим, основные разделы книги отмечены звездочкой.

Другой недостаток связан с неустановившейся терминологией и как следствие значительной долей специального «жаргона». В качестве примера можно указать на не разграниченные четко понятия «хаотический» и «стохастический» (см. примечание авторов на с. 74). Представляется, что первый термин является вообще более предпочтительным, поскольку второй имеет и совсем иной смысл. Так, существует обширная область исследований «стохастических процессов» под действием внешних случайных возмущений. При переводе мы старались внести в терминологию единообразие, в некоторых случаях это отмечено в примечаниях редактора или переводчиков.

В книге имеются повторения, часть которых с разрешения авторов была сокращена при переводе. Были исправлены также очевидные опечатки и неточности. Спорные положения, а также некоторые свежие или почему-либо не отраженные в книге интересные результаты отмечены в примечаниях редактора. Там же даны пояснения к основному тексту.

Рассматриваемые в книге приложения носят в основном иллюстративный, педагогический характер. Краткая сводка некоторых других приложений дана в дополнении А. Как отмечают авторы,

нет никакой возможности сколько-нибудь полно осветить все разнообразные приложения теории динамического хаоса. Все же хочется добавить к их списку два более фундаментальных приложения в нелинейной теории поля. Одно из них связано с открытыми в работе [4] (см. также [5, 6]) хаотическими колебаниями гравитационного поля в однородных анизотропных космологических моделях общей теории относительности вблизи особенности. Интересно отметить, что сложную исходную систему уравнений Эйнштейна удается свести в конечном счете к простому одномерному отображению $\bar{x} = 1/x \pmod{1}$, которое и определяет хаотическую динамику космологической модели. Это отображение дает также пример простейшей динамической системы с хаотическим движением. Еще один аналогичный пример — отображение $\bar{x} = kx \pmod{1}$, где целое $k > 1$ (см. п. 5.2г).

Другое приложение относится к калибровочным полям Янга—Миллса, ответственным за взаимодействие элементарных частиц. Классические однородные модели такого поля описывают в отличие от предыдущего примера локальную (внутреннюю) динамику поля, которая также оказывается, вообще говоря, хаотической [7—9]. В простейшем случае такая однородная модель сводится к обычной гамильтоновой системе с двумя степенями свободы и потенциальной энергией $U = (xy)^2$.

Отметим также красивое явление генерации магнитного поля за счет развития локальной неустойчивости движения замагниченной плазмы [10].

Естественно, что в такой обширной и быстро развивающейся области, как динамический хаос, даже самая «свежая» монография не успевает отразить некоторые новые результаты, с одной стороны, и не в состоянии вместить все аспекты этой многогранной проблемы, с другой стороны. Ниже мы коснемся трех таких вопросов, которые указывают также на границы применимости существующей теории динамического хаоса.

Первый вопрос относится к «аномальным» (аномально сложным) статистическим свойствам динамического хаоса. В отличие от статистических гипотез, в качестве которых естественно выбирать простейшие предположения, статистические свойства определяются здесь динамикой системы и могут оказаться весьма сложными. Такова, например, гидродинамическая турбулентность. Исследования последних лет показали, что статистические «аномалии» динамического хаоса — весьма распространенное явление, связанное, в частности, со сложной иерархической (масштабно-инвариантной) структурой границы хаоса в фазовом пространстве [11—14] (см. также конец § 5.4). Несмотря на экспоненциальную локальную неустойчивость движения, это приводит к степенному затуханию корреляций: $C(\tau) \propto \tau^{-p}$; $p < 1$. Диффузионное описание может оказаться в таких условиях совершенно неприменимым.

Другой интересный вопрос: к чему ведет динамический хаос? Как мы теперь знаем или, лучше сказать, наконец, поняли, конечным продуктом хаоса совсем не обязательно является унылое статистическое равновесие, которое может оказаться просто неустойчивым. Классический пример этого — джинсовая неустойчивость гравитирующего газа, которой в конечном счете все мы обязаны как своим существованием, так и неисчерпаемым разнообразием окружающего нас мира. Аналогичные коллективные (когерентные) процессы давно и широко изучаются в плазме. Сюда же относится и так называемая «химическая динамика» (см. дополнение А.5). Недавно все это получило привлекательное название «синергетика». С точки зрения физики такие процессы естественно называть *вторичной динамикой*. К ней относится по существу вся классическая механика макроскопических тел, в частности, и вся небесная механика (первичной является в этом случае молекулярная динамика). Одна из характерных особенностей вторичной динамики — ничтожное число ее степеней свободы по сравнению с первичной системой. Однако именно эти коллективные степени свободы и определяют наиболее существенную глобальную структуру системы и ее эволюцию, тогда как все остальное есть лишь некоторый общий термодинамический «фон». В этом же состоит, по видимому, и ответ на вопрос о предельном поведении динамической системы с очень большим числом степеней свободы, который кратко обсуждается в конце § 6.5. Дело здесь не столько в размере сохраняющихся областей регулярного движения, сколько в возможности возникновения вторичной динамики.

Наконец, еще один очень важный вопрос: в какой мере такой своеобразный феномен, как динамический хаос, сохраняется в (более фундаментальной) квантовой механике? В отличие от классического хаоса, природа и механизм которого в основном выяснены, исследование квантовой динамики соответствующих систем только начинается (см. дополнение А.6). Тем не менее уже сейчас ясно, что квантовые эффекты кардинально изменяют характер этого явления и притом весьма неожиданным образом. Поскольку это касается временной эволюции системы, в квантовой механике возможна (и, по принципу соответствия, необходима) лишь *временная имитация* тех или иных свойств классического хаоса [15] (см. также [1, 16, 17]). В действительности же квантовое движение является почти периодическим из-за дискретности спектра любой ограниченной в фазовом пространстве системы, а также дискретности самого фазового пространства в квантовой механике. Временной классический хаос уступает место пространственному хаосу квантовых стационарных состояний [18, 19].

Перевод книги выполнен канд. физ.-мат. наук В. В. Вечеславовым (предисловие, гл. 2, дополнения), В. Г. Давидовским (гл. 3, 6), канд. физ.-мат. наук Ф. М. Израйлевым (гл. 4, 7) и канд. физ.-мат. наук Д. Л. Шепелянским (гл. 1, 5).

Мы весьма признательны авторам книги, профессорам А. Лихтенбергу и М. Либерману, за помощь при подготовке русского издания.

Б. В. Чириков

ЛИТЕРАТУРА

1. Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем.— М.: Наука, 1983.
2. Корнфельд И. П., Синай Я. Г., Фомин С. В. Эргодическая теория.— М.: Наука, 1980.
3. Лихтенберг А. Динамика частиц в фазовом пространстве.— М.: Атомиздат, 1972.
4. Лифшиц Е. М., Лифшиц И. М., Халатников И. М.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 322.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973, с. 498.
6. Лифшиц Е. М., Халатников И. М., Синай Я. Г., Ханин К. М., Щур Л. Н.— Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 38, с. 79.
7. Матинян С. Г., Саввиди Г. К., Тер-Арутюнян Н. Г.— Письма в ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 613.
8. Чириков Б. В., Шепелянский Д. Л.— Ядерная физика, 1982, т. 36, с. 1563.
9. Николаевский Е. С., Щур Л. Н.— ЖЭТФ, 1983, т. 85, с. 3.
10. Арнольд В. И., Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 2052.
11. Channon S. R., Lebowitz J. L.— Ann. N. Y. Acad. Sci., 1980, v. 357, p. 108.
12. Чириков Б. В., Шепелянский Д. Л.— В кн.: IX Международная конференция по нелинейным колебаниям. Киев: Наукова думка, 1983. т. II.
13. Чириков Б. В.— Lecture Notes in Physics, 1983, v. 179, p. 29.
14. Karney C. F. F.— Physica, 1983, v. 8D, p. 360.
15. Израйлев Ф. М., Чириков Б. В., Шепелянский Д. Л.— Soviet Scientific Reviews, 1981, v. 2C, p. 209.
16. Чириков Б. В.— УФН, 1983, т. 139, с. 360.
17. Шепелянский Д. Л.— Physica, 1983, v. 8D, p. 208.
18. Шнирельман А. И.— УМН, 1974, т. 29, № 6, с. 181.
19. Berry M. V.— J. Phys., 1977, v. 10A, p. 2083.