

ки от координаты вдоль нормали к ДС (внизу). Изображение  $360^\circ$ -ДС приведено на рис.1, в.

Время существования  $360^\circ$ -ДС, которое принималось равным: длительности  $\tau$  промежутка времени между моментами окончания импульса поля и полного разрушения  $360^\circ$ -ДС, зависели от поля смещения. На рис.2 показана типичная зависимость  $\tau(H_B)$ , полученная при  $H_{II} = 178$  Э и  $r_{II} = 0,4$  мксек для пленки  $(Y, Sm)_3(Fe, Ga)_5O_{12}$  с параметрами  $h = 4,7$  мкм,  $l = 0,53$  мкм,  $4\pi M_s = 234$  Гс,  $H_k = 1470$  Э. Наблюдалось два механизма разрушения  $360^\circ$ -ДС. При  $H_B = 140 - 150$  Э для данного образца оно происходило перемагничиванием по толщине пленки, при  $H_B = 108 - 140$  Э — образованием разрыва  $360^\circ$ -ДС (в одном или нескольких местах) и его расширением вдоль стенки. При  $H_B = 107$  Э  $360^\circ$ -ДС становилась стабильной и существовала сколь угодно долго. Ширина  $360^\circ$ -ДС увеличивалась при уменьшении  $H_B$ , ее минимальное значение не превышало разрешающей способности микроскопа. Скорость расширения разрыва вдоль  $360^\circ$ -ДС была близка к скорости расширения полосовых доменов при этих же условиях и составляла 46 м/сек.

Московский  
государственный университет  
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию  
15 июня 1981 г.

### Литература

- [1] Иванов Л.П., Логгинов А.С., Рандошкин В.В., Телеснин Р.В. Письма в ЖЭТФ, 1976, 23, 627.
- [2] Рандошкин В.В., Иванов Л.П., Телеснин Р.В. ЖЭТФ, 1978, 75, 960.
- [3] Ширококов М.Я. ЖЭТФ, 1945, 15, 57.
- [4] Дедух Л.М., Никитенко В.И., Полянский А.А., Успенский Л.С. Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, 452.

Письма в ЖЭТФ, том 34, вып.4, стр. 171 — 175

20 августа 1981 г.

## СТОХАСТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ЯНГА — МИЛЛСА

*Б.В.Чириков, Д.Л.Шепелянский*

Обсуждаются численные эксперименты, показывающие стохастичность колебаний однородных полей Янга — Миллса (ЯМ). Вместе с тем обнаружена устойчивость белого и почти белого цвета.

В работе [1] исследовалась динамика классических пространственно однородных полей ЯМ. Хотя такой случай является весьма специальным но зато он может быть сведен, как показано в [1], к простой гамиль-

тоновой системе с  $N = 9$  степенями свободы. В [1] численно исследовалась динамика этой системы в частном случае  $N = 2$  и высказано предположение, что ее движение является стохастическим. Проведенные нами численные эксперименты для  $N = 2; 3$  действительно показали, что колебания цвета являются в этом случае стохастическими, т.е. классические уравнения ЯМ оказываются, по крайней мере в этом частном случае, неинтегрируемыми.

Конкретно, исследовалась динамика системы с гамильтонианом ( $N = 3$ ):

$$H = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2), \quad (1)$$

где  $x, y, z$  — пропорциональны компонентам вектор-потенциала, а  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  — компонентам хромозлектрического поля [1]. В качестве критерия стохастичности использовалась экспоненциальная локальная неустойчивость движения, которая характеризуется КС энтропией (энтропия Крылова — Колмогорова — Синая)  $h$  (см., например, [2, 3]).

Для численного исследования локальной устойчивости одновременно с уравнениями движения системы (1)

$$\ddot{x} = -x(y^2 + z^2); \quad \ddot{y} = -y(x^2 + z^2); \quad \ddot{z} = -z(x^2 + y^2) \quad (2)$$

интегрировались сопряженные линеаризованные уравнения

$$\ddot{\xi} = -(y^2 + z^2)\xi - 2x(y\eta + z\zeta); \quad \ddot{\eta} = \dots; \quad \ddot{\zeta} = \dots, \quad (3)$$

которые получаются подстановкой в (2) выражений  $x + \xi; y + \eta; z + \zeta$  и характеризуют поведение пучка близких траекторий в линейном приближении. При этом функции  $x(t), y(t), z(t)$  в (3) определяются уравнениями (2). Сохранение энергии в счете было не хуже 1%.

Устойчивость движения системы (2) характеризуется показателями Ляпунова (ПЛ)  $\lambda_i$  системы (3) (см., например, [4, 3]). Наиболее просто вычисляется максимальный ПЛ:

$$\lambda_m = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{\ln \rho(t)}{t} \right); \quad \rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2 \quad (4)$$

и  $\rho(0) = 1$ . При этом для КС энтропий справедливы неравенства:

$$\lambda_m \leq h \leq \lambda_m (N - 1), \quad (5)$$

из которых наиболее существенно левое, показывающее, что при  $\lambda_m > 0$  КС-энтропия  $h > 0$  и, следовательно, движение по крайней мере имеет стохастическую компоненту (см. ниже). В случае интегрируемой системы (квази-периодическое движение) "расстояние" между близкими траекториями  $\rho(t) \propto t$  (в среднем) (см., например, [5]) и  $\lambda_m = 0$ . Примеры функции  $\Lambda(t) = (\ln \rho(t))/t$  приведены на рис.1. За значение ПЛ принималось  $\Lambda(t_{max})$ , где  $t_{max}$  — полное время движения.

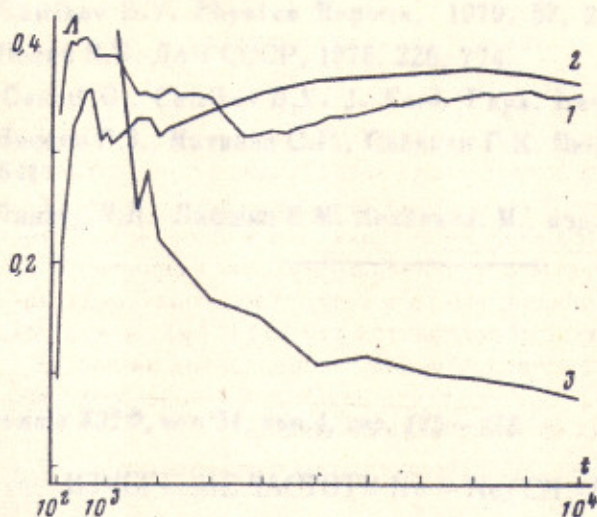


Рис.1. Показатель Ляпунова для системы (1): 1 — типичная траектория стохастической компоненты ( $\lambda_r = 0,35$ ); 2 — траектория с начальными условиями вблизи БК ( $r_{max}/u_0 \sim 0,1$ ;  $\lambda_r = 0,37$ ); 3 — устойчивая траектория ( $r_{max}/u_0 \sim 10^{-2}$ ;  $\lambda_r < 4 \cdot 10^{-4}$ , масштаб увеличен в 200 раз)

В силу однородности гамильтониана (1)  $\lambda_m \propto H^{1/4}$ . Среднее значение безразмерного ПЛ  $\lambda_r = \lambda_m / H^{1/4}$  по 22 траекториям с различными случайно выбранными начальными условиями  $\langle \lambda_r \rangle = 0,38$  ( $t_{max} = 10^2 + 10^3$ ;  $H = 1$ ). Среднеквадратичный разброс отдельных значений  $\lambda_r$  оказывается малым (0,04), что указывает на принадлежность всех траекторий к одной и той же стохастической компоненте. Это не исключает возможности других независимых стохастических или даже устойчивых компонент (см. ниже), однако, представляется маловероятным, чтобы они занимали заметную часть энергетической поверхности. Во всяком случае нам удалось обнаружить только одну очень небольшую устойчивую область в окрестности синфазных колебаний ( $x(t) = y(t) = z(t) =$  белые колебания (БК) [6]).

В малой окрестности этого периодического решения гамильтониан (1) удобно представить в виде:

$$H = \frac{3\dot{u}^2}{2} + \frac{3u^4}{2} + \frac{6\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2}{2} + 6uq_1(q_1^2 - q_2^2) + \frac{(3q_1^2 + q_2^2)^2}{2}, \quad (6)$$

где  $x = u + q_1 + q_2$ ;  $y = u + q_1 - q_2$ ;  $z = u - 2q_1$ . При  $q_1 = q_2 = 0$  БК по координате  $u$  описывается выражением:  $u(t) = u_0 \cos \omega t$ ;  $\omega = 1,20 u_0$  [3] (ср. [6]). При  $q_1, q_2 \ll u_0$  можно пренебречь влиянием поперечного движения ( $q_1, q_2$ ) (ПД) на  $u(t)$ , считая ее заданной. Особенностью ПД является отсутствие квадратичных (по  $q_1, q_2$ ) членов в потенциальной энергии (6). Поэтому в линейном приближении БК устойчивы. Если бы  $u = \text{const}$ , то кубические члены в (6) привели бы к неустойчивости движения. Однако быстрые колебания по  $u$  приводят к динамической устойчивости ПД (маятник Капицы, см., например, [7]). Эффективный усредненный гамильтониан ПД:

$$\langle H_1 \rangle = 3\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3u_0^2}{\omega^2} \right) (3q_1^2 + q_2^2). \quad (7)$$

Существенно, что эта система имеет дополнительный интеграл движения вследствие аксиальной симметрии в переменных  $\sqrt{3} q_1, q_2$ . Согласно численным результатам размер устойчивой области  $r_{max}/u_0 \sim 10^{-2}$  ( $r^2 = 3q_1^2 + q_2^2$ ;  $t_{max} = 10^5$ , или  $\sim 10^3$  поперечных колебаний).

Для  $N = 2$  синфазные колебания двух цветов ( $x(t) = y(t)$ ;  $z = 0$ ) оказываются неустойчивыми уже в линейном приближении, поскольку гамильтониан ПД содержит дефокусирующий квадратичный член, эффект которого превышает динамическую фокусировку. Численные значения  $\lambda_r$  для  $t_{max} \sim 10^3$  оказываются того же порядка, что и при  $N = 3$ , а стохастическая компонента охватывает, по-видимому, всю энергетическую поверхность. Следует, однако, иметь в виду, что эргодическая мера на энергетической поверхности расходится при  $|x|, |y| \rightarrow \infty$ , и несмотря на стохастичность движения функция распределения не достигает равновесного состояния. Отметим, что для  $N = 3$  эта мера оказывается конечной несмотря на инфинитность движения.

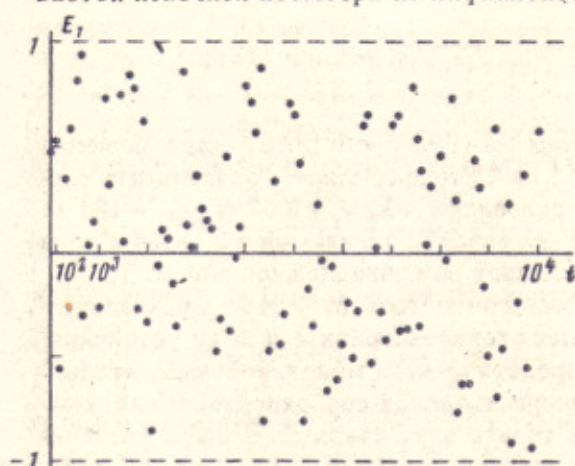


Рис.2. Стохастические колебания полей ЯМ: кружками отмечены мгновенные значения компоненты  $E_1$  ( $|E_1| \leq E^{max} = 1$ ) хромозлектрического поля ( $N = 3$ )

Таким образом, колебания классических пространственно однородных полей ЯМ оказываются стохастическими, по крайней мере в частном случае  $N = 2; 3$ . Пример колебаний одной из компонент хромозлектрического поля приведен на рис.2. Представляется крайне невероятным, чтобы стохастическая компонента полностью исчезла в более сложной системе ( $3 < N \leq 9$ ) и тем более в общем случае пространственно неоднородных полей ЯМ.

Пользуемся случаем выразить искреннюю признательность В.Е.Закхарову, Ю.Ф.Пинелису и И.В.Хриповичу за полезные обсуждения.

Институт ядерной физики  
Академии наук СССР  
Сибирское отделение

Поступила в редакцию  
17 июня 1981 г.

### Литература

- [1] Матинян С.Г., Саввиди Г.К., Тер-Арутюнян - Саввиди Н.Г. ЖЭТФ, 1981, 80, 830.
- [2] Корнфельд И.П., Синай Я.Г., Фомин С.В. Эргодическая теория. М., изд. Наука, 1980.

- [3] Chirikov B.V. Physics Reports, 1979, 52, 263.  
 [4] Песин Я.Б. ДАН СССР, 1976, 226, 774.  
 [5] Casati G., Chirikov B.V. J. Ford. Phys. Lett., 1980, 77A, 91.  
 [6] Басеян Г.З., Матинян С.Г., Саввиди Г.К. Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, 641.  
 [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М., изд. Наука, 1973.

Письма в ЖЭТФ, том 34, вып.4, стр. 175 - 178

20 августа 1981 г.

### ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТЫ He - Ne/CH<sub>4</sub>-ЛАЗЕРА

Ю.С.Домнин, Н.Б.Кошелевский, В.М.Татаренков,  
 П.С.Шумяцкий

Наиболее точно измерена частота He - Ne-лазера, стабилизированного по  $F_2^2$ -компоненте метана. Для измерений реализована полностью синхронизированная лазерная цепь. Значение частоты He - Ne/CH<sub>4</sub>-лазера равно 88 376 181 603,4 ± 1,4 кГц.

В оптических стандартах частоты значительную роль играет He - Ne-лазер, стабилизированный по  $F_2^2$ -компоненте метана. Новые возможности его применения открылись в связи с освоением измерений частот лазеров. Независимые измерения частоты и длины волны He - Ne/CH<sub>4</sub>-лазера позволили на два порядка уточнить значение скорости света [1]. Сейчас на повестке дня стоит вопрос о переопределении метра и об использовании оптического стандарта в составе единого эталона времени - частоты - длины. В связи с этим важно точно определить частоту He - Ne/CH<sub>4</sub>-лазера.

В данной работе мы сообщаем результаты наиболее точных измерений частоты He - Ne/CH<sub>4</sub>-лазера. Относительная погрешность измерений не превышает  $1,6 \cdot 10^{-11}$ .

Для выполнения измерений была создана умножительная лазерная цепь, упрощенная схема которой показана на рис.1. Главной особенностью этой схемы является то, что субмиллиметровые лазеры синхронизированы по фазе с эталоном, а инфракрасные - с He - Ne/CH<sub>4</sub>-лазером. Таким образом умножительная цепь оказывается полностью синхронизирована и измерения проводятся только в одной точке.

Основная идея синхронизации CO<sub>2</sub>-лазера на линии R(30) по He - Ne/CH<sub>4</sub> стандарту такая же как в [2], где представлена система синхронизации CO<sub>2</sub>-лазера на линии R(30) по CO<sub>2</sub>/O<sub>2</sub>O<sub>4</sub> стандарту. Достаточно полное изложение системы синхронизации HCN и D<sub>2</sub>O-лазеров представлено в [3].

Типичный сигнал биений с измеряемой частотой  $\nu_8$  имел следующие параметры: отношение сигнал/шум в полосе 100 кГц 10 - 12 дБ, шири-