

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Д.Л.Шепелянский

КВАНТОВОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ ДИФфуЗИИ
ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ РИДБЕРГОВСКОГО
АТОМА В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

ПРЕПРИНТ 83-61

НОВОСИБИРСК

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Препринт

Д.Л.Шепелянский

КВАНТОВОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ ДИФфуЗИИ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ
РИДБЕРГОВСКОГО АТОМА В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

Новосибирск
1983

КВАНТОВОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ ДИФфуЗИИ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ
РИДБЕРГОВСКОГО АТОМА В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

Д.Л.Шепелянский

Институт ядерной физики СО АН СССР

Аннотация

Методом численного моделирования исследуется возбуждение водородоподобного атома в поле электромагнитной волны из состояний с $n \approx 50$ и параболическими квантовыми числами $n_1 \gg n_2$ (или $n_1 \ll n_2$). Показано, что диффузия по уровням идет значительно медленнее, чем в классическом случае. Существенную роль в возбуждении атома играют многофотонные резонансы со степенью фотонности $k \geq 10$.

Д.Л.Шепелянский

КВАНТОВОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ ДИФфуЗИИ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ
РИДБЕРГОВСКОГО АТОМА В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

Препринт
№ 83-61

Работа поступила - 12 мая 1983 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 2.06-1983 г. МН 17567
Формат бумаги 60x90 Усл.2,1 печ.л., 1,7 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 61.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90

I. Введение

За последние годы был проведен ряд красивых экспериментов по ионизации и возбуждению атома водорода полем СВЧ-излучения из состояний с главным квантовым числом $n \approx 50$ [1-3]. В первом из них на частоте $\omega = 9,9$ ГГц наблюдалась сильная ионизация атомов с $n \approx 65$ при напряженности электрического поля $E \approx 0,06 n^4$ и параметре адиабатичности $\gamma = \frac{\omega}{En} \approx \gamma$ [4] ($\omega \approx 0,43 n^3$). Для объяснения результатов эксперимента в [5] был предложен диффузионный механизм ионизации атома. Причину возникновения диффузии электрона в атоме под действием строго монохроматического поля можно понять следующим образом. Кажется естественным предположить [6], что при $n \approx 50 \gg 1$ имеет место хорошая квазиклассика и перейти к рассмотрению классической системы. Последняя является существенно нелинейной и при полях $E > E_{cr}$ в ней возникает стохастичность, приводящая к диффузионному возбуждению электрона [7]. В случае линейной и циркулярной поляризации и $\omega \approx \Omega = n^3$ оценка для E_{cr} получена в [7,8] на основе критерия перекрытия нелинейных резонансов [9]. Зависимости критической напряженности поля и скорости диффузии от частоты приведены в [10,11]. Несмотря на всю привлекательность такого классического подхода его единственным подтверждением является совпадение относительной доли ионизованных атомов при $En^4 \approx 0,06$ [1] с вероятностью ионизации, полученной путем численного моделирования динамики классической системы [6]. Точность совпадения находится на уровне 30%.

Вместе с тем ряд численных экспериментов с простыми квантовыми системами [12,13] показал, что стохастические свойства квантовой динамики значительно слабее чем классической. При этом с течением времени влияние квантовых поправок усиливается [14] и приводит к замедлению диффузии и ее почти полному прекращению. Впервые такой эффект квантового ограничения диффузии наблюдался в модели ротатора [12]. Такое же явление может иметь место и при диффузионной ионизации атома с $n \gg 1$.

1) Здесь и далее используются атомные единицы, n, ℓ, m - главное, орбитальное, магнитное квантовые числа

Предварительные оценки [II] показывают, что относительная величина квантовых поправок сравнима с единицей, и поэтому квантовая динамика возбуждения атома может существенно отличаться от классической.

2. Модель левитирующих электронов

Исследование квантовой и классической динамики проводилось методом численного моделирования. Внешнее поле выбиралось линейно поляризованным по оси Z . Атом начально заселялся в состояния с определенными квантовыми числами, которые удовлетворяли следующим условиям $n \approx 50$, $m = 0$, $n_1 \gg n_2$ (или $l \ll n^{2/3}$). Для таких состояний отношение поперечного и продольного размеров оказывается малым и поэтому для них динамику возбуждения можно описывать одномерным гамильтонианом

$$H = \frac{p^2}{2} - \frac{1}{|z|} + \varepsilon z \cos \omega t \quad (I)$$

с граничным условием $\psi(0) = 0$, что соответствует бесконечной потенциальной стенке в точке $z = 0$. Этот гамильтониан описывает также возбуждение сферически симметричных состояний атома в поле возмущения $V = \varepsilon |z| \cos \omega t$. Поэтому для (I) матричные элементы $Z_{nn'} = z_{nn'}$. В пользу того, что такая модификация исходного гамильтониана не будет приводить к существенному изменению динамики можно высказать следующие соображения:

1. При $1 \leq l \ll n^{2/3}$ матричные элементы $Z_{nn'}^{l, l \pm 1}$ не зависят от l [15], вследствие чего их сумма Z_{Σ} , определяющая в дипольном приближении вероятность перехода из одной оболочки в другую, с точностью до нескольких процентов равна $z_{nn'}$ ($n, n' \approx 50$). Так для $n = 40$, $n' = 41$, $l = 2$ отношение $Z_{\Sigma}/z_{nn'} = 0.996$ (здесь для Z_{Σ} взято его квазиклассическое значение).

2. Из-за кулоновского вырождения частота перехода между соседними подуровнями одной оболочки оказывается значительно меньше кеплеровской частоты: $\frac{\partial \varepsilon n}{\partial n} \leq 0.1 \ll 1$ для $\varepsilon_0 = \varepsilon n^4 \leq 0.06$. Поэтому, несмотря на то, что ширина штарковского мультиплета превышает расстояние между оболочками $\Delta \Omega \gg \Omega$ движение подуровней оказывается синхронным и можно заменить всю оболочку одним уровнем. Подтверждением для

такого приближения служат результаты экспериментов [2,3], в которых наблюдавшаяся резонансная картина возбуждения в поле с $\varepsilon_0 \approx 0.06$ соответствовала невозмущенному спектру атомных уровней.

3. В классической системе при $l \ll n$ зависимость ε_{cr} и скорости диффузии от l оказывается незначительной [II]. Гамильтониан (I) точно описывает движение для вытянутых вдоль поля орбит с эксцентриситетом $e = 1$. В квантовой системе таким орбитам соответствует состояния с параболическими квантовыми числами $n_1 = n - 1$, $n_2 = 0$ (или наоборот) и близкие к ним ($n_1 \ll n_2$). Проверим не будет ли нарушаться это условие с течением времени. Для этого запишем классический гамильтониан "мгновенных" переменных, соответствующих параболическим квантовым числам n_1, n_2 и сопряженным к ним фазам λ_1, λ_2 вычисленным для мгновенного значения поля $\varepsilon(t)$ [10]:

$$H \approx -\frac{1}{2n^2} + \frac{3}{2}\varepsilon \cos \omega t n(n_1 - n_2) - \frac{1}{16}\varepsilon^2 \cos^2 \omega t n^4 [17n^2 - 3(n_1 - n_2)^2 - 9m^2] + \omega n^5 \varepsilon \sin \omega t [\mu_1 \mu_2 \sin(\lambda_1 - \lambda_2) + \sum_{\substack{m_1, m_2 \\ m_1 + m_2 \neq 0}} A_{m_1 m_2} e^{i(m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2)}],$$

$$A_{m_1 m_2} = \frac{(-i)^{m_1 + m_2}}{4 \cdot (2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\lambda_1 d\lambda_2 (1 - \mu_1 \sin \lambda_1 - \mu_2 \sin \lambda_2)^{(2)} \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \lambda_2 - \mu_1^2 \sin \lambda_1 + \mu_2^2 \sin \lambda_2) \cdot$$

$$\cdot \exp[i(m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 + (m_1 + m_2)(\mu_1 \cos \lambda_1 + \mu_2 \cos \lambda_2))] =$$

$$= \frac{-i}{(m_1 + m_2)^2} [\mu_1 J'_{m_1}(\mu_1(m_1 + m_2))] [\mu_2 J'_{m_2}(\mu_2(m_1 + m_2))] [\mu_1 J_{m_1}(\mu_1(m_1 + m_2))] [\mu_2 J_{m_2}(\mu_2(m_1 + m_2))]$$

$$\text{где } \mu_{1,2} = [n_{1,2}(n - n_{2,1})/n^2]^{1/2},$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2\mu_1 \frac{2n - n_1 + n_2}{n}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\mu_2 \frac{2n + n_1 - n_2}{n}.$$

Здесь отброшены члены $\sim \omega n^3 (\varepsilon n^4)^2$, $\sim (\varepsilon n^4)^3$.

В силу принципа соответствия $A_{m_1 m_2}$ имеет смысл матричных элементов перехода между "плавающими" уровнями с $\Delta n_1 = m_1$, $\Delta n_2 = m_2$. При $n_1 \gg n_2$ ($m = 0$) матричные элементы для

переходов с изменением n_2 содержат дополнительную малость $\sim \frac{n_2}{n}$. Величину изменения n_2 со временем можно оценить следующим образом. Для $\omega \approx \Omega$ и $\epsilon > \epsilon_{cr}$ начинается диффузионное возбуждение электрона. Согласно теоретической оценке [II] скорость диффузии по n и ϵ_{cr} равны:

$$D_n = \frac{d(\Delta n)^2}{dt} \approx \frac{1}{3} \epsilon^2 n^2, \quad \epsilon_{cr} \approx \frac{1}{84 n^4} \quad (3)$$

При $\epsilon > \epsilon_{cr}$ фаза λ_1 случайно меняется со временем, что позволяет оценить скорость диффузии по n_2 : $D_{n_2} \sim \left(\frac{n_2}{n}\right)^2 D_n$. Откуда видно, что за время численного эксперимента $\tau = \frac{\omega t}{2\pi} \leq 50$ при $\epsilon n^4 \approx 0,04$, $n_2 \sim 1$ изменение $\Delta n_2 \sim 1$ и поэтому одномерное приближение (I) не нарушается. Интересно отметить, что при $\epsilon n^4 n_2 \ll 1$ динамика по второй степени свободы (n_2 , λ_2) оказывается существенно квантовой, поскольку в этом случае выполнены условия применимости теории возмущений [16]:

$A_{m_1 m_2} / \omega \ll 1$ ($m_2 \neq 0$). Отметим также, что при $m_1 + m_2 = \text{const} \neq 0$ матричные элементы $A_{m_1 m_2}$ с $m_1 - m_2 \gg 1$ экспоненциально малы. Это более строго объясняет эффект наблюдавшийся в экспериментах [2,3], где оболочка проявляла себя как один уровень.

Аналогичные оценки можно получить, если перейти к невозмущенным ($\epsilon = 0$) переменным действие-фаза соответствующим параболическим квантовым числам. В этих переменных

$$Z = \frac{3}{2} n(n_1 - n_2) + \sum_{\substack{m_1, m_2 \\ m_1 + m_2 \neq 0}} B_{m_1 m_2} e^{i(m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2)}$$

$$B_{m_1 m_2} = \frac{(-i)^{m_1 + m_2}}{(2\pi)^2} \cdot \int_0^{2\pi} d\chi_1 d\chi_2 (\mu_2 \sin \chi_2 - \mu_1 \sin \chi_1) \cdot (2a)$$

$$\cdot (1 - \mu_1 \sin \chi_1 - \mu_2 \sin \chi_2) \cdot \exp[i(m_1 \chi_1 + m_2 \chi_2 + \mu_1(m_1 + m_2) \cos \chi_1 + \mu_2(m_1 + m_2) \cos \chi_2)] =$$

$$= \frac{1}{m_1 + m_2} [\mu_2 J_{m_2}(\mu_2(m_1 + m_2)) J_{m_2}'(\mu_2(m_1 + m_2)) - \mu_1 J_{m_1}'(\mu_1(m_1 + m_2)) J_{m_1}(\mu_1(m_1 + m_2))]$$

где производная берется по аргументу функции Бесселя, а $B_{m_1 m_2}$ соответствуют матричным элементам перехода $Z_{n_1 n_2}^{n_1' n_2'}$ между невозмущенными уровнями с $m_{1,2} = n_{1,2}' - n_{1,2}$. Так же как и для

$A_{m_1 m_2}$ при $n_1 \gg n_2$ ($m_1 + m_2 = \text{const} \sim 1$) $B_{m_1 m_2 = \pm 1} \sim n_2/n$ и поэтому за время диффузии Z изменение $\Delta n_2 \sim n_2 \ll n$. При этом матричные элементы с $m_1 - m_2 \gg 1$ экспоненциально малы. Интересно отметить, что для "плавающих уровней" появляются дипольные переходы внутри одной оболочки ($m_1 + m_2 = 0$), в то время, как в невозмущенном базисе такие переходы отсутствуют.

Для количественного определения насколько хорошим является выбранное одномерное приближение было проведено сравнение с результатами численных экспериментов, проведенных Ф.М.Израйлевым, для реального атома в линейно-поляризованном поле. Начальное состояние задавалось параболическими квантовыми числами $n_1 = n_0 - 1$, $n_2 = 0$. Сравнение проводилось для $n_0 = 10,9$ и дало хорошее согласие с результатами, полученными в одномерном приближении. Так, например, вероятности возбуждения $W_{n > n_0}$ в состоянии с $n > n_0$ совпадают с точностью до 10-20% (см. рис. 1а).

Таким образом на основе приведенных выше аргументов можно заключить, что система (I) будет качественно и количественно описывать динамику возбуждения ридберговского атома из состояний с $n_1 \gg n_2$ (и качественно из $1 \leq \ell \ll n^{2/3}$). Кроме того эта модель точно описывает динамику возбуждения левитирующих электронов [17] в переменном поле, направленном по нормали к поверхности жидкого гелия, и поэтому ее исследование представляет самостоятельный интерес. Предложение по проведению эксперимента с такой системой было сделано в недавней работе [18] 2).

3. Численные эксперименты

Моделирование квантовой динамики системы (I) проводилось следующим образом. В начальный момент времени заселялся один уровень невозмущенной системы с $n_0 \approx 50$. При этом частота поля была близка к келлеровской частоте: $\omega n_0^3 = \omega_0 \approx 1$, а напряженность $\epsilon n_0^4 = \epsilon_0 \approx 0,06$. Далее проводилось численное интегрирование уравнений для амплитуд заполнения состояний невозмущенного гамильтониана

$$i \dot{C}_n = -\frac{1}{2n^2} C_n + \sum_{n'=n_{min}}^{n_{max}} V_{nn'} C_{n'} \quad (4)$$

2) Заметим, что функциональная зависимость $\epsilon_{cr}(\omega)$ в [18] найдена неверно (ошибка в ф. (8)), правильный ответ см. в [11].

Таким образом в динамике участвовали только уровни с $n_{min} \leq n \leq n_{max}$. Поскольку при указанных значениях параметров ϵ и ω в классической системе диффузия идет вверх по n [11], то уровни с $n < n_0$ возбуждаются слабо и поэтому оказалось достаточным взять $n_0 - n_{min} \approx 10$. При этом вероятность $W_{n_{min}} = |C_{n_{min}}|^2$ находилась в течение всего времени счета на уровне 10^{-4} , и дальнейшее уменьшение n_{min} не влияло на динамику возбуждения. Рабочее значение n_{max} в большинстве случаев выбиралось равным $\approx 2n_0$. Наряду с этим проводились контрольные эксперименты с $n_{max} \approx 2.7n_0$. Хорошее согласие рабочих и контрольных точек (см. ниже) показывает, что для исследования возбуждения электрона в состоянии дискретного спектра за время $\tau \approx 40$ периодов внешнего поля можно ограничиться конечным числом уровней с $n_{max} \approx 2n_0$. При значениях $n_{max} \approx 2n_0$, $n_0 \approx 50$ и $\omega \approx 2$ для выхода в непрерывный спектр требуется поглотить дополнительно, по сравнению с состояниями $n \approx n_{max}$, около пяти фотонов и поэтому естественно ожидать, что вероятность многофотонной ионизации будет относительно мала. Кроме того, основная цель экспериментов заключалась в исследовании диффузионного механизма возбуждения, имеющего место только для дискретных состояний.

В процессе численного интегрирования находились вероятности $W_n = |C_n|^2$, по которым определялись первый $M_1 = \langle n - n_0 \rangle / n_0$ и второй $M_2 = \langle (n - n_0)^2 \rangle / n_0^2$ моменты распределения, а также

$W_{n > n_0 + 4}$ - вероятность возбуждения в состоянии с $n > n_0 + 4$ и $W_{n \geq [1.5n_0]}$ - в состоянии с $n \geq [1.5n_0]$, где скобки означают целую часть. Шаг интегрирования Δt определялся из условия $\epsilon \sum_{n_{min}, n_{max}} \Delta t \leq 0.3$ и обычно был в ≈ 200 раз меньше периода внешнего поля. При его уменьшении в два раза относительное изменение указанных величин и вероятностей $W_{n > 10^{-2}}$ за время $\tau = \frac{\omega t}{2\pi} = 40$ было меньше 1% (для $10^{-5} < W_n < 10^{-2}$ изменение достигало 10%). Точность сохранения полной вероятности $W = \sum_n W_n = 1$ была не хуже 0,1%. Вычисление матричных элементов $\sum_{nn'} = \sum_{nn'}$ проводилось численно по формулам приведенным в [19] на стр. 750. При $n \approx 40$ их согласие с классическими значениями составляло 2-3%. Время интегрирования одного периода возмущения при $n_0 = 30$, $n_{max} = 63$, $\epsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1$ занимало ≈ 15 с ЭВМ ЕС-1060.

Наряду с моделированием квантовой динамики проводилось численное исследование классической системы. Для обхода особеннос-

ти в точке $Z = 0$ оказалось удобным перейти от невозмущенных переменных действие-угол (n, λ) к новым переменным (n, ξ) и новому "времени" η , в которых уравнения движения имеют вид:

$$\frac{dn}{d\eta} = -\epsilon n^2 \cos \omega t \sin \xi \quad (5)$$

$$\frac{d\xi}{d\eta} = n^{-3} + 2\epsilon n \cos \omega t (1 - \cos \xi)$$

$$\frac{dt}{d\eta} = 1 - \cos \xi, \quad \lambda = \xi - \sin \xi$$

Начальное распределение классических траекторий в фазовом пространстве представляло собой линию: $n = n_0$ и равномерное по угловой переменной λ , что в точности соответствовало начальным условиям в квантовой системе (один уровень с $n = n_0$). Полное число траекторий $N = 1000$: Ввиду того, что в квантовой системе имелось конечное число уровней $n < n_{max}$ в классической модели вводилось граничное условие отражения при соответствующем n_{max} : Это, однако, слабо сказывалось на значениях $W_{n > n_0 + 4}$ и $W_{n \geq [1.5n_0]}$. Так, например, для $\epsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1$, $\tau = 40$ при замене отражения на поглощение ("прилипание") их изменение оказывалось меньше одного стандартного отклонения. Значение последнего определялось по 4 группам, состоящим из 250 классических траекторий равномерно распределенных по λ . При выбранном шаге интегрирования точность сохранения энергии в постоянном поле, т.е. при $\omega = 0$ и $t \leq 80\pi n_0^3$, $\epsilon_0 = 0,06$ была лучше чем 10^{-5} . Следует также отметить, что классическая динамика зависит только от масштабных переменных $\epsilon_0 = \epsilon n_0^4$, $\omega_0 = \omega n_0^3$ и при фиксированных значениях последних не зависит от n_0 [6, 20].

4. Результаты экспериментов

а) Одночастотное возмущение

Основная группа экспериментов была проведена для значений $n_0 = 30, 45, 66$ в той области параметров ϵ_0, ω_0 , где име-

ет место развитая стохастичность, приводящая к диффузионному возбуждению классического электрона. Однако, несмотря на то, что $n_0 \gg 1$, полученные результаты показывают, что возбуждение атома носит существенно квантовый характер. Действительно, как видно из рис.1б, квантовые средние близки к классическим только в течение очень короткого времени $\tau < \tau^* \approx 5$ периодов внешнего поля. При $\tau > \tau^*$ наблюдается квантовое ограничение диффузии, из-за которого возбуждение реального атома оказывается значительно слабее, чем классического. Отметим, что указанный эффект не связан с конечностью выбранного числа уровней. Действительно, для $n_0 = 45$ при уменьшении $n_{max} - n_0$ в полтора раза ($n_{max} = 80$) относительное изменение M_2 увеличивается от 4% при $\tau = 10$ до 24% при $\tau = 40$. При этом отношение классического значения M_2 к квантовому меняется от 2 до 6. Кроме того, эффективная ширина распределения $\Delta n \approx 5 \ll n_{max} - n_0 = 52$, а населенность уровней с $n \approx n_{max} = 97$ составляет $\approx 10^{-6}$. Классическое значение $(\Delta n)^2$ хорошо согласуется с теоретической оценкой (3) $(\Delta n)^2 \approx \approx 2 \varepsilon_0^2 n_0^2 \tau$. Однако для более детальной проверки требуется вычислять локальный коэффициент D_n , что выходит за рамки данной работы.

Следует однако отметить, что близость первого и второго моментов квантового распределения к их классическим значениям еще не означает, что возбуждение происходит диффузионным образом. Примером может служить возбуждение из $n_0 = 30$ при $\varepsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1$. В этом случае для $\tau \leq 30$ отличие квантовых моментов от классических составляет $\leq 20\%$ (за исключением значений $\tau = 4, 5, 6, 7$, где оно достигает 100% для M_1). Тем не менее в квантовом случае зависимость вероятностей возбуждения $W_{n > n_0 + 4}$, $W_{n \geq [1.5n_0]}$ от частоты ω_0 имеет явно выраженный резонансный характер и кардинально отличается от классической (рис.2а,б). Для $\omega_0 = 0,9975$, $\tau = 30$, $n > 34$ максимумы населенности W_n приходятся на уровни с $n = 36, 37, 39, 41, 44, 47, 49, 52, 58, 66$. Эти значения ($n \neq 36$) приблизительно соответствуют невозмущенным резонансным переходам с исходного уровня $n_0 = 30$ (см.рис.3а). Для последних трех значений n требуемое число фотонов k равно соответственно 10, 11, 12 (см.рис.2). Для $\omega_0 = 1,002$, $\tau = 30$ основной вклад (63%) в вероятность $W_{n > n_0 + 4}$ дают уровни с $n = 35$ (33%), 36(18%), 37(12%). Несмотря на то, что вблизи резонанса $W_{n \geq [1.5n_0]}$

составляет почти 20% от полной вероятности, контрольные эксперименты показали, что при увеличении $n_{max} - n_0$ в 1,5 раза изменение вероятностей возбуждения оказывается незначительным (см. рис.2а,б).

Таким образом в рассмотренном случае механизм возбуждения атома оказывается не диффузионным, а многофотонным. При этом может эффективно поглощаться до $K = 10$ фотонов. Экспериментальное значение $K = 9,973 \pm 0,006$ (рис.3б).

Для $n_0 = 45$, $\varepsilon_0 = 0,04$ возбуждение также имеет явно выраженный резонансный характер (рис.2в,г). Однако связать наблюдаемые резонансы с многофотонными переходами между невозмущенными уровнями не удастся. Для $\omega_0 = 0,974$, $n > 49$, $\tau = 30$ наиболее сильно заселены уровни с $n = 50-55, 57, 59, 63, 67, 72, 86, 93$ (см.рис.4). Вне резонанса ($\omega_0 = 0,992$) распределение по n оказывается сдвинутым немного в область $n < n_0$ и более сильно локализованным. Абсолютные значения вероятностей возбуждения даже в резонансе оказываются значительно меньше своих классических значений (рис.2). Однако с ростом поля ε_0 это различие уменьшается и при $\varepsilon_0 \approx 0,06$ вероятности становятся сравнимыми (рис.5). Тем не менее, как видно из рис.2д,с, даже при $\varepsilon_0 = 0,06$ механизм возбуждения оказывается резонансным и приводит к более эффективному возбуждению, чем классическая диффузия.

Зависимость вероятности возбуждения от частоты внешнего поля оказывается очень резкой. Так, если для $n_0 = 45$, $\varepsilon_0 = 0,03$, $\omega_0 = 1; 1.3$ при $\tau \leq 40$ $W_{n \geq [1.5n_0]} < 2 \cdot 10^{-3}$, то для $\omega_0 = \frac{1}{1.3} \approx 0,707$, $\tau = 30$ вероятность возбуждения увеличивается на два порядка $W_{n \geq [1.5n_0]} \approx 0,16$. При этом в классической системе $W_{n \geq [1.5n_0]}$ меняется на порядок от 0,016 при $\omega_0 = 1$, $\tau = 40$ до 0,12 при $\omega_0 \approx 0,707$, $\tau = 30$. Однако, несмотря на то, что при $\omega_0 \approx 0,707$ вероятности возбуждения и моменты распределения M_1 и M_2 близки к своим классическим значениям (для M_1, M_2 при $\tau \leq 30$ отличие $\leq 30\%$), зависимость $W_{n > n_0 + 4}$, $W_{n \geq [1.5n_0]}$ от частоты ω_0 существенно отличается от классической. Как видно из рис.6, возбуждение уровней с $n \geq 67$ происходит резонансным образом. Причем для $\omega_0 \approx 0,707$ наиболее сильно населены уровни с $n = 69, 76, 78, 79, 80, 81, 82$. За исключением $n = 76$ ($W_{76} \approx 0,030$) все они населены с приблизительно одинаковой вероятностью $W_n \approx 0,014$. Для частоты

ты $\omega_0 = 0,697$ населенности этих уровней оказывается на порядок меньше и не соответствуют положениям максимумов W_n . Возникновение такой группы близких сильно возбужденных уровней качественно можно объяснить следующим образом. За небольшое число периодов ($\tau \approx 5$) начальное распределение быстро расплывается. При этом ширина распределения $\Delta n \approx 7$, а центр $\langle n \rangle \approx 49$. Поскольку при $n \approx 50$ близкие уровни почти эквидистантны, то для всех них может идти одновременное многофотонное возбуждение. Следует, однако, отметить, что необходимое для этого число фотонов довольно велико: $k = (E_{20} - E_{45})/\omega \approx 22$.

С увеличением напряженности поля до $E_0 = 0,04$ вероятность возбуждения $W_{n \geq [1.5n_0]}$ резко возрастает от 0,062 до 0,26 ($\omega_0 = 0,707$, $\tau = 15$). При изменении частоты значения $W_{n > n_0 + 4}$ близки к классическим, но для $W_{n \geq [1.5n_0]}$ все еще наблюдается резонансная зависимость от ω_0 , а отличие от классической величины вероятности составляет 100% (рис.6).

При повышении частоты вероятность возбуждения квантовой системы оказывается меньше, чем классической. Так при $n_0 = 45$, $E_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1,3$, $\tau = 50$ в классике $W_{n > n_0} = 0,359 \pm 0,013$, $W_{n \geq [1.5n_0]} = 0,136 \pm 0,003$, а в квантовом случае ($n_{max} = 97$) - 0,181 и 0,051 соответственно. Квантовые моменты распределения M_1 и M_2 меньше классических в 2,5 раза. Такая же ситуация имеет место и для $\omega_0 = 1,25$.

Увеличение номера начальнозаселенного уровня до $n_0 = 66$ не приводит к качественному изменению динамики. Так для $E_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1,01$ моменты квантового распределения оказываются значительно (\approx в 4 раза) меньше классических (рис.7). Кроме того, квантовое распределение очень изрезано и резко обрывается при $n > 76$ (рис.8). В этом оно существенно отличается от классического, которое при больших n спадает очень медленно. В результате классическое значение $W_{n \geq [1.5n_0]}$ приблизительно в 5 раз больше квантового (рис.2г), а $W_{n > 76} = 0,23$ - в 5,4 раз. Зависимость вероятности возбуждения от частоты также отличается от классической (рис.2в,г). При этом существенную роль играет многофотонный механизм возбуждения. Так для $\omega_0 = 1$, $\tau = 20$ максимумы распределения W_n при $n = 60, 76, 89$ приближенно соответствуют $k = 7, 8, 15$ -фотонным переходам с исходного уровня $n_0 = 66$ (рис.9).

б) Двухчастотное возмущение

Ряд экспериментов был проведен для случая, когда внешнее поле содержит две гармоники: $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}(\cos \omega_1 t + \cos \nu t)$. При этом одна частота была фиксирована $\omega_1 n_0^3 = \omega_0 = 1$ а вторая менялась в небольшом диапазоне вблизи значений $\omega_2 = \nu n_0^3 = 0,7, 1,3$. Для первого из них заметное возбуждение классической системы происходит при $E_0 = \mathcal{E} n_0^3 \geq 0,15$. Для меньших значений расплывание классического пакета за время счета $\tau = \frac{\omega t}{2\pi} \leq 40$ оказывается незначительным (рис.10а). Однако уже при $E_0 = 0,02$, $\tau = 20$ возникает развитая стохастичность, приводящая к значительному возбуждению системы (рис.10б,в). В квантовом случае при увеличении E_0 ширина распределения также резко увеличивается (рис.10а,б,в), что качественно согласуется с представлением о диффузионном механизме возбуждения. При этом вероятность $W_{n > n_0 + 4}$ возбуждения уровней, близких к n_0 , близка к классической (см.рис.11а), а вероятность возбуждения далеких $W_{n \geq [1.5n_0]}$ значительно превышает ее и имеет явно выраженный резонансный характер (рис.11б). Последнее указывает на то, что многофотонное возбуждение может оказаться существенным и в случае широкого распределения по уровням (рис.10в).

Во всех рассмотренных случаях квантовое распределение оказывается более изрезанным, чем классическое. При этом в слабом поле пики W_n соответствуют резонансным переходам (например, на рис.10а пик при $n = 51$ соответствует 5-фотонному резонансу с $n_0 = 45$).

Для $\omega_2 \approx 1,3$, $n_0 = 45$, $E_0 = 0,02$ квантовая система возбуждается значительно слабее классической (рис.11в,г). Так, например, для $\omega_2 = 1,27$, $\tau = 60$, квантовое значение M_2 в 3 раза меньше классического, а M_1 - в 300 раз. При увеличении n_0 до 66 вероятности возбуждения оказываются близкими к классическим (см.рис.11в,г для $\omega_2 = 1,31$, $\tau = 40$), но первый момент квантового распределения при $\tau > 10$ в 2-4 раза отличается от классического и при $10 < \tau < 15$ имеет другой знак. При этом для $\tau = 40$ в распределении наблюдаются резкие пики ($0,08 < W_n < 0,12$ для $n = 61, 67, 69, 70, 71$), превышающие классическое значение приблизительно в 1,5-3 раза. Таким образом, хотя в квантовом случае и происходит значительное расплывание пакета (захваченное число уровней $\Delta n \approx 20$, $M_2^q/M_2^{cl} \approx 0,8$), количественно

ные характеристики распределения все же существенно отличаются от классических.

5. Обсуждение результатов

Таким образом проведенные эксперименты показали, что диффузионное возбуждение атома в поле монохроматической волны из состояний с $n \approx 50$ оказывается сильно подавленным. Простую оценку значений n , начиная с которых диффузионное возбуждение будет близко к классическому, можно получить следующим образом [13]. Согласно (3) число диффузионно-возбужденных уровней Δn растет с числом периодов τ ($\omega \approx \Omega$) по закону $(\Delta n)^2 \approx D_0 \tau \approx 2(\epsilon_0 n_0)^2 \tau$. В то же время Δn определяет и эффективное число линий в спектре волновой функции $N_L \sim \Delta n$. При этом спектр можно считать непрерывным до тех пор, пока $N_L \geq \tau$. Поскольку для диффузии необходим непрерывный спектр, то время квантового ограничения диффузии определяется условием $N_L(\tau^*) \sim \tau^*$, что дает

$$\tau^* \sim 2(\epsilon_0 n_0)^2 \sim D_0 \quad (6)$$

При $\epsilon_0 \sim \epsilon_{cr}$ это время $\tau^* \sim n_0^2$, что согласуется с оценкой, приведенной в [11]. Так как $\tau \geq 1$, то наряду с $\epsilon_0 \geq \epsilon_{cr}$ необходимым условием возникновения диффузии является $\epsilon_0 > 1/n_0$ (или $\epsilon \geq 1/n^5$), что соответствует просто выходу за рамки теории возмущений и превращению квантовой границы устойчивости [16]. Таким образом, для того, чтобы в поле ϵ_0 (при $\omega_0 \approx 1$) диффузия шла в течение большого временного интервала $\tau^* \gg 1$ требуются значения

$$n_0 \gg \frac{1}{\epsilon_0} \quad (n \gg \frac{1}{\epsilon n^4}) \quad (7)$$

При $\epsilon_0 \approx 0,03$ этому условию удовлетворяют $n_0 \gg 30$. Отметим, что число уровней в одном нелинейном резонансе $(\Delta n)_r \geq 1$ при $\epsilon > n^{-6}$ [11]. Для $\epsilon_0 = 0,04$, $n_0 = 45$ значение $\tau^* \sim 6$ хорошо согласуется с результатом численного эксперимента (рис.1а). Однако, для того, чтобы τ^* стало сравнимым с характерным временем диффузии $\tau_D \sim n_0^2/D_0 \sim \frac{1}{2\epsilon_0^2}$ требуются $n_0 \geq \frac{1}{2\epsilon_0^2}$. Для выполнения этого условия необходимо увеличивать либо номер уровня n_0 , либо ϵ_0 . При $n_0 = 45$ необходимое значение

$\epsilon_0 \sim (2n_0)^{-4/3} \approx 0,1$. Численные эксперименты действительно указывают на то, что с ростом поля вероятности возбуждения в классическом и квантовом случаях становятся сравнимыми. Однако, с ростом ϵ увеличивается вероятность различных многофотонных переходов, которые могут приводить к более быстрому возбуждению атома (рис.2д,е). На квантовый характер возбуждения в поле с $\epsilon_0 = 0,06$ указывает и сильное отличие моментов M_1, M_2 от классических значений. Так для $n_0 = 45$, $\epsilon_0 = 0,06$, $\tau = 12$, $\omega_0 = 1$ квантовые моменты больше классических ($M_{1,2}^q/M_{1,2}^{cl} = 1,8, 1,7$), а для $\omega_0 = 1,025$ — меньше ($M_{1,2}^q/M_{1,2}^{cl} = 0,41, 0,56$). Приведенные оценки относились к случаю, когда применимо одномерное приближение, т.е. $n \gg n_2 \sim 1$. Если же $n_{1,2} \sim n$, то число линий в спектре $N_L \sim \Delta n_1 \Delta n_2 \sim (\epsilon_0 n_0)^2 \tau$. Откуда видно, что необходимым условием диффузионного возбуждения является $\epsilon_0 \geq 1/n_0$. Однако при $\epsilon > \epsilon_{cr}$ выполнение этого условия еще не означает, что в системе будет отсутствовать квантовое ограничение диффузии (хотя условие $N_L > \tau$ при этом выполнено). Связано это с тем, что из-за кеплеровского вырождения N_L содержит группы очень близких значений, соответствующих одной оболочке, что понижает его эффективное значение. Поэтому для определения условий диффузии в области $n_{1,2} \sim n$, $\epsilon > n^{-5}$, $\epsilon > \epsilon_{cr}$ (т.е. для $n \geq 50$) требуются дальнейшие исследования.

При повышении частоты возмущения скорость диффузии понижается [11], что приводит к уменьшению $\tau^* \sim D_0(\omega)/\omega$ ($n_2 \ll n$). Резкое увеличение вероятности возбуждения при уменьшении частоты качественно можно объяснить следующим образом. При $\epsilon_0 \approx 0,04$, $\omega_0 \approx 0,7$ значение $n = n_0$ попадает в резонанс, центр которого находится при $n_r = n_0 \omega_0^{-4/3}$. Это приводит к эффективному увеличению поля $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 (n_r/n_0)^4 = \epsilon_0 \omega_0^{-4/3} \approx 1,6 \epsilon_0$ и более быстрой классической диффузии. Такой эффект наблюдался в [20] для классического атома. Подобное объяснение применимо только для диффузионного механизма возбуждения, поскольку при многофотонном механизме с понижением частоты вероятность возбуждения должна уменьшаться. При этом, однако, остается непонятной резонансная зависимость от ω_0 , наблюдаемая в эксперименте (рис.6). Дальнейшее теоретическое объяснение требуется и для результатов по возбуждению из состояний с $n_0 = 30, 45, 66$ при $\omega_0 \approx 1$. Так, например, теоретическая формула, полученная в [21], дает значение $W_n \geq 0,5 n_0^{-1}$ на 10 порядков меньше экспе-

риментального ($N_0 = 30$, рис. 26, 36);

В случае двухчастотного возмущения происходит значительное распыление начального распределения (рис. 10), что качественно согласуется с картиной диффузионного возбуждения. Однако и в этом случае количественное согласие с классикой наблюдается только для вероятностей $W_{n_1 > n_0 + 4}$, в то время, как для

$W_{n_1 > [1.5 n_0]}$ зависимость от частоты имеет явно выраженный резонансный характер (рис. 11). Поскольку квантовое ограничение диффузии для квазипериодического возмущения проявляется значительно слабее, чем для периодического [22], то для диффузионного механизма наиболее оптимальным является случай двухчастотного возмущения. Однако и в нем при $\varepsilon_0 \approx 0,02$, $\omega_0 \omega_1 \approx 1$ значения $N_0 \approx 66$ все еще лежат в квантовой области (M_1 сильно отличается от классического). Причина такого отличия связана, видимо, с тем, что даже для $N_0 = 66$ превышение квантовой границы $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_1 = 1/N_0$ при $\varepsilon_0 = 0,02$ оказывается совсем небольшим. Согласно результатам, полученным для простых моделей [22], следует ожидать, что при увеличении N_0 время квантового ограничения диффузии τ^* будет расти экспоненциально. Этот процесс, однако, требует дальнейших исследований.

Для одночастотного возмущения квантовые поправки приводят к существенному отличию характеристик распределения от классических. Этот результат говорит в пользу того, что совпадение вероятности ionизации классической системы [6] с полученной в эксперименте [1], является, по-видимому, случайным. Действительно, численные эксперименты показали, что для $N_0 = 66$, $\omega_0 = 0,4327$, $\varepsilon_0 = 0,061$ уже при $\tau = 3$ квантовые моменты оказываются в 1,7 (M_1), 1,8 (M_2) раз меньше классических, и, следовательно, классическое описание ionизации в этом случае неприменимо. Вероятности возбуждения при этом также меньше классических (для $\tau = 3$ вероятности $W_{n_1 > n_0 + 4} = 0,45$, $W_{n_1 > [1.4 n_0]} = 0,23$, а соответствующие квантовые значения равны 0,29, 0,1).

6. Заключение

Проведенные исследования показали, что возбуждение атома из основного с $N_0 \lesssim 66$ монохроматическим полем с частотой, близкой к кеплеровской ($\omega \approx N^3$) и напряженностью поля $E_0 \approx 0,04 N^4$ имеет существенно квантовый характер. Причина это-

го заключается в том, что с одной стороны квантовые поправки приводят к квантовому ограничению диффузии [12, 13], а с другой — в атоме могут идти сильные многофотонные переходы, которые в ряде случаев приводят к более сильному возбуждению, чем классическая диффузия. При $\varepsilon_0 \lesssim 0,04$, $\omega_0 \approx 1$ вероятность возбуждения вне резонанса может быть на порядок меньше классической. С увеличением поля вероятности становятся сравнимыми, но отличаются друг от друга в 2-3 раза в зависимости от частоты ω_0 . Более эффективное возбуждение атома идет в том случае, когда частота $\omega_0 \approx 1$. Так при $\varepsilon_0 = 0,03$, $N_0 = 45$ уменьшение частоты с $\omega_0 \approx 1$ до $\omega_0 \approx 0,7$ повышает вероятность $W_{n_1 > [1.5 n_0]}$ на два порядка. При увеличении частоты такого эффекта не наблюдается.

В случае двухчастотного возмущения в области стохастичности происходит значительное распыление пакета по невозмущенным уровням. Однако и в этих условиях, когда эффективно возбуждается до 20 уровней, вероятность возбуждения может резонансно зависеть от частоты. Количественные характеристики квантового распределения отличаются от классических.

Таким образом квантовое ограничение диффузии приводит к локализации распределения на относительно небольшой группе невозмущенных уровней, из которых в дальнейшем идут сильные многофотонные переходы. Вероятность последних оказывается значительной и не объясняется имеющимися теоретическими оценками. Исследование динамики возбуждения атома в той области, где имеет место квантовое ограничение диффузии, может быть проведено в экспериментах, аналогичных [1-3]: Условья одномерного приближения будут выполнены, если начально заселить состояние с сильно различающимися параболическими квантовыми числами ($n_1 \gg n_2$). Современная экспериментальная методика позволяет делать это с высокой точностью [23].

Пользуясь случаем, автор выражает искреннюю благодарность Б. В. Чирикову за внимание к работе и ценные замечания, Н. Б. Делоне, Ф. М. Израйлеву, В. П. Крайнову — за стимулирующее обсуждение.

Подпись к рисункам

- Рис.1а. Зависимость вероятности возбуждения $W_{n>n_0}$ от времени $\tau = \frac{\omega t}{2\pi}$ при $\omega = n_0^{-3}$, $\epsilon = 0,04 n_0^{-4}$, $n_0 = 10$. Ломаная линия - возбуждение атома из состояния $n_1 = 9$, $n_2 = 0$, (*) - результат, полученный в одномерном приближении (I).
- Рис.1б. Зависимость моментов распределения от времени для классического (1) и квантового (2) атомов при $\epsilon_0 = \epsilon n_0^4 = 0,04$, $\omega_0 = \omega n_0^3 = 1$, $n_0 = 45$, $n_{max} = 97$.
- Рис.2. Зависимость вероятностей возбуждения атома $W_{n>n_0+4}$ и $W_{n \geq [1.5n_0]}$ от частоты ω_0 в квантовом (*) и классическом (—) случаях. Для (а), (б) - $\epsilon_0 = 0,04$, $n_0 = 30$, $n_{max} = 63$, ((+) - контрольные точки для квантовой системы с $n_{max} = 80$); (в), (г) - $\epsilon_0 = 0,04$, $n_0 = 45$, $n_{max} = 97$ ((+) - $n_{max} = 122$); (⊗) - квантовые и (×) - классические значения для $\epsilon_0 = 0,04$, $n_0 = 66$, $n_{max} = 143$ (для $W_{n \geq [1.5n_0]}$ классические значения (▲) приведены на рис.2б; значения вероятностей взяты в момент времени $\tau = \frac{\omega t}{2\pi} = 30$. Для (д), (е) - $\epsilon_0 = 0,06$, $n_0 = 45$, $\tau = 12$, $n_{max} = 97$ ((+) - контрольная точка для квантовой системы с $n_{max} = 122$). Кривые проведены для наглядности.
- Рис.3а. Зависимость населенности уровней W_n от "числа" поглощаемых фотонов $k_n = n_0^3(n_0^{-2} - n^{-2})/2\omega_0$ при $\omega_0 = 0,9975$, $\epsilon_0 = 0,04$, $n_0 = 30$, $\tau = 30$, $n_{max} = 80$. Максимумы соответствуют целым значениям k_n .
- Рис.3б. Зависимость вероятности возбуждения $W_{n \geq [1.5n_0]}$ квантовой системы от напряженности поля ϵ_0 в двойном логарифмическом масштабе (логарифм-десятичный) для $\omega_0 = 0,9975$, $n_0 = 30$, $\tau = 30$; (*) - экспериментальные значения ($n_{max} = 63$), (+) - контрольные точки с $n_{max} = 80$, прямая - линейная интерполяция для значений $W_{n \geq [1.5n_0]} < 0,1$, степень фотонности $K_{фкс} = 9,973 \pm 0,006$.

- Рис.4. Распределение по уровням в классическом и квантовом случаях при $\epsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 0,974$ (а), $\omega_0 = 0,992$ (б), $\tau = 30$, $n_{max} = 122$. Ломаная - квантовое распределение; точки (*) - соответствуют ячейкам гистограммы классического распределения с $\frac{\Delta n}{n_0} = 0,05$, гладкая огибающая проведена для наглядности.
- Рис.5. Зависимость вероятности возбуждения атома от напряженности поля ϵ_0 для $\omega_0 = 1$, $n_0 = 45$, $\tau = 30$, $n_{max} = 97$. Символы (*), (×) соответствуют квантовым вероятностям $W_{n \geq [1.5n_0]}$, $W_{n > n_0+4}$, а (▲), (◆) - классическим. Огибающие проведены для наглядности.
- Рис.6. Зависимость вероятностей возбуждения атома $W_{n > n_0+4}$, $W_{n \geq [1.5n_0]}$ от частоты ω_0 при $n_0 = 45$, $n_{max} = 97$. Точки (*) - квантовые значения для $\epsilon_0 = 0,03$, $\tau = 30$, (▲) - классические значения. Контрольная точка (+) соответствует $n_{max} = 122$. Квантовые (×) и классические (◆) значения соответствуют $\epsilon_0 = 0,04$, $\tau = 15$.
- Рис.7. То же, что и на рис.1б для $\epsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1,01$, $n_0 = 66$, $n_{max} = 143$.
- Рис.8. То же, что и на рис.4 для $\epsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1,01$, $n_0 = 66$, $\tau = 30$, $n_{max} = 143$.
- Рис.9. То же, что и на рис.4 для $\epsilon_0 = 0,04$, $\omega_0 = 1$, $n_0 = 66$, $\tau = 20$, $n_{max} = 143$.
- Рис.10. То же, что и на рис.4, но в случае двухчастотного возмущения для $n_0 = 45$, $\omega_0 = 1$, $\tau = \frac{\omega_0 t}{2\pi n_0} = 20$, $n_{max} = 97$. (а) $\epsilon_0 = 0,01$, $\omega_1 = 0,70711$; (б) $\epsilon_0 = 0,02$, $\omega_1 = 0,70711$; в) $\epsilon_0 = 0,02$, $\omega_1 = 0,735$.
- Рис.11. Зависимость вероятности возбуждения атома от частоты в случае двухчастотного возмущения при $n_0 = 45$, $\omega_0 = 1$, $n_{max} = 97$. (а), (б) - для $\epsilon_0 = 0,015$, квантовые (×) и классические (◆) значения; для $\epsilon_0 = 0,02$, (*) - квантовая система, (▲) - классическая,

$\tau = 20$; (в), (г) - то же, что для (а), (б), но $\tau = 40$.
 Символы (⊗), (×) соответствуют квантовой и классической системам при $n_0 = 66$, $\varepsilon_0 = 0,02$, $\tau = 40$.
 Для $W_{n \geq [1.5 n_0]}$ классическое значение - (Δ).

Л и т е р а т у р а

1. J.E.Bayfield, P.M.Koch. Phys. Rev. Lett., 1974, 33, 258.
2. J.E.Bayfield, L.D.Gardner, P.M.Koch. Phys. Rev. Lett., 1977, 39, 76.
3. J.E.Bayfield, L.D.Gardner, Y.Z.Gulkok, S.D.Sharma, Phys. Rev. A, 1981, 24, 138.
4. Л.В.Келдыш. ЖЭТФ, 1964, 47, 1945.
5. Н.Б.Делоне, Б.А.Зон, В.П.Крайнов. ЖЭТФ, 1978, 75, 445.
6. J.G.Leopold, I.C.Percival. Phys. Rev. Lett., 1978, 41, 944; J. Phys. B., 1979, 12, 709.
7. Б.И.Меерсон, Б.А.Окс, П.В.Сасорев. Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, 79.
8. Б.И.Меерсон. Оптика и спектроскопия, 1981, 51, 582.
9. В.В.Чириков. Phys. Reports, 1979, 52, 263.
10. Д.Л.Шепелянский. Оптика и спектроскопия, 1982, 52, П102; Кандидатская диссертация, Новосибирск, 1982.
11. Н.Б.Делоне, В.П.Крайнов, Д.Л.Шепелянский. УФН, 1983, 140, № 3.
12. G.Casati, В.В.Чириков, J.Ford, F.M.Izrailev. Lecture Notes in Physics, B., Springer, 1979, 93, 334.
13. В.В.Чириков, F.M.Izrailev, D.L.Shepelyansky. Soviet Scientific Reviews, 1981, 20, 209.
14. Д.Л.Шепелянский. ДАН СССР, 1981, 256, 586.
15. С.П.Гореславский, Н.Б.Делоне, В.П.Крайнов. Препринт ФИАН, № 33, Москва, 1982.
16. Э.В.Шуряк. ЖЭТФ, 1976, 71, 2039.
17. В.С.Здельман. УФН, 1980, 130, 675.
18. R.V.Jensen. Phys. Rev. Lett., 1982, 49, 1365.
19. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, "Наука", 1974.
20. D.A.Jones, J.G.Leopold, I.C.Percival. J. Phys. B, 1980, 13, 31.

21. Н.Б.Делоне, М.Д.Иванов, В.П.Крайнов. Препринт ФИАН № 42, Москва, 1983.

22. D.L.Sherelyansky. Physika D, 1983, in print.

23. P.M.Koch, D.R.Mariani. Phys. Rev. Lett., 1981, 46, 1275.

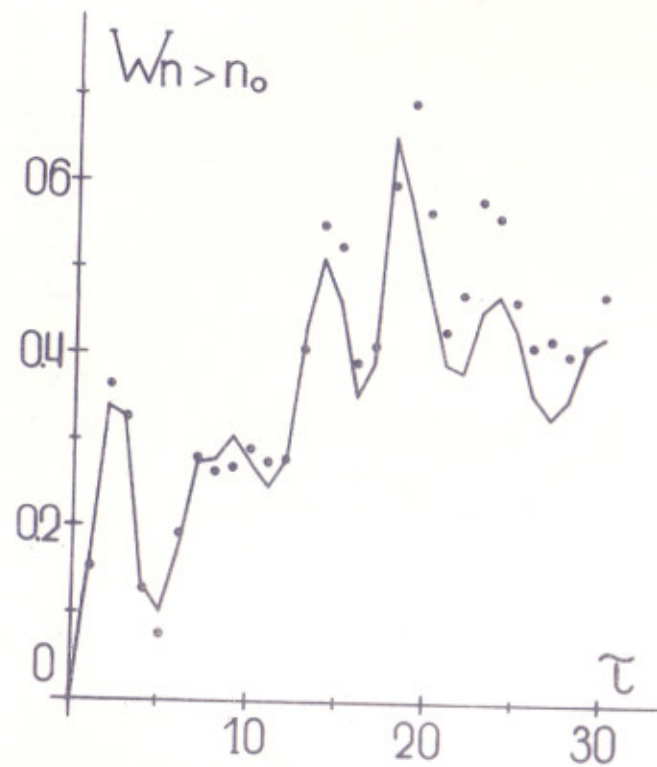
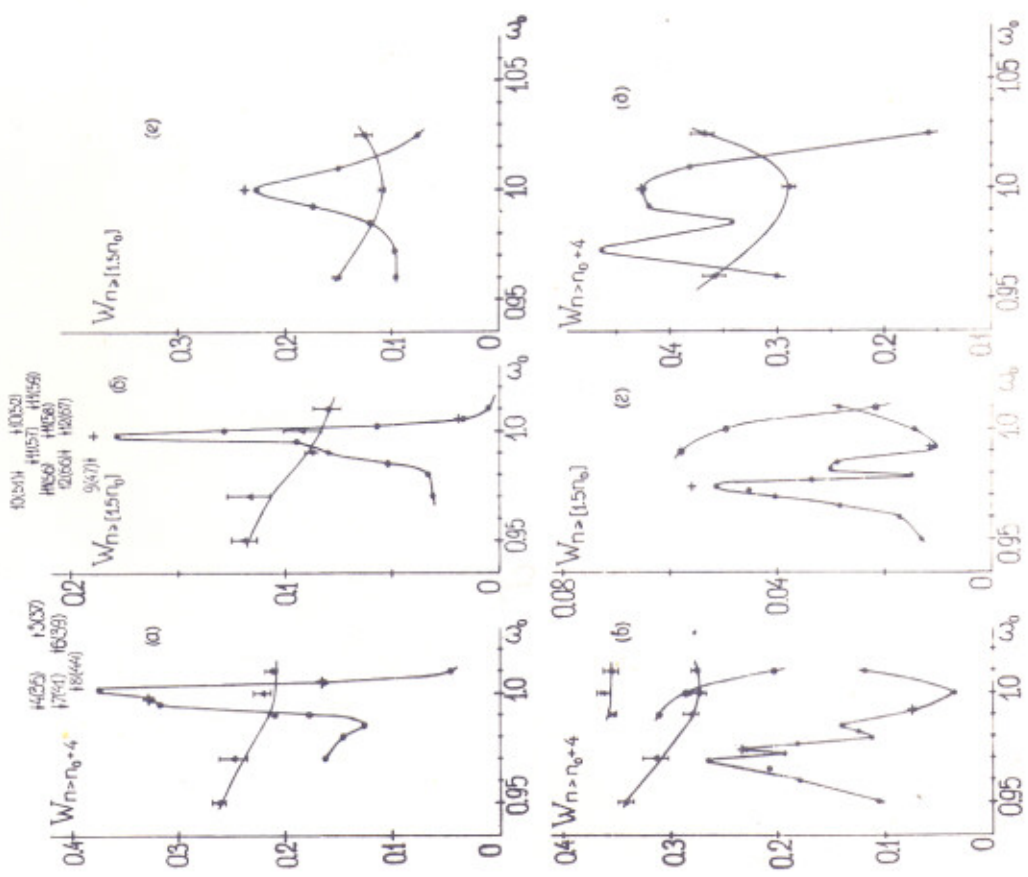
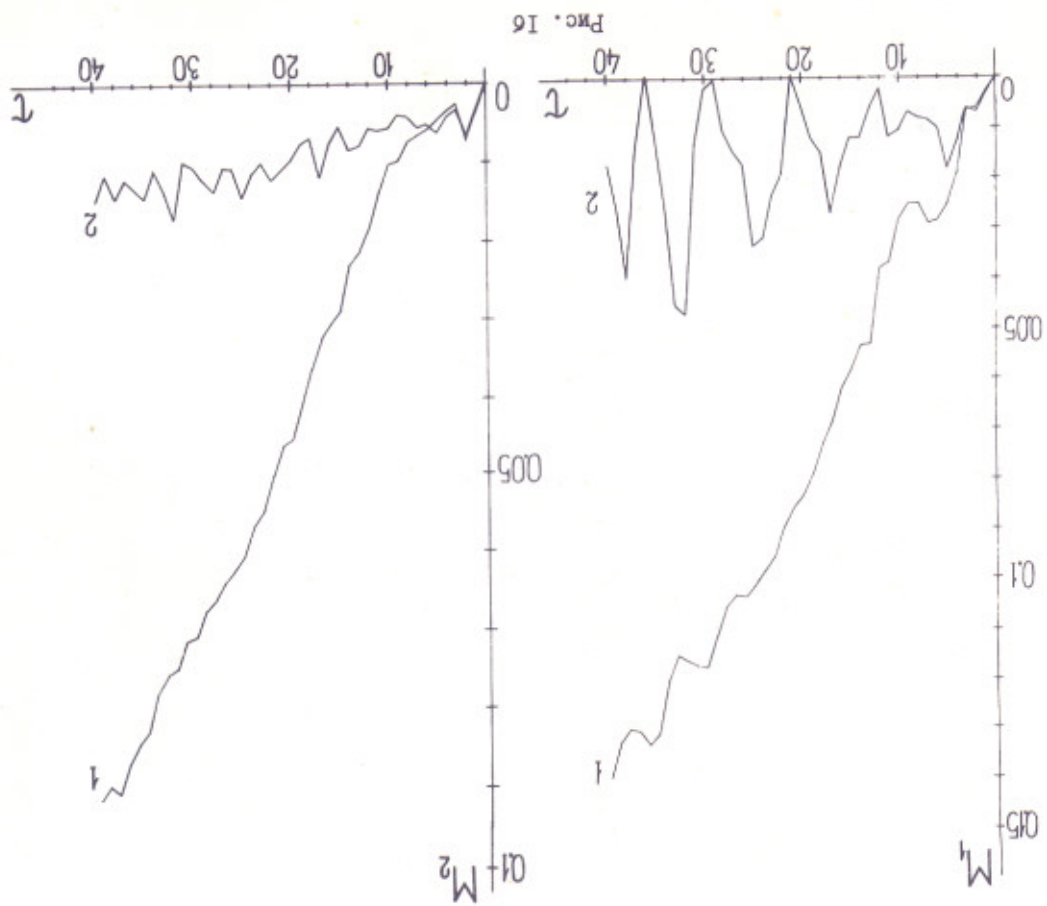


Рис.1а



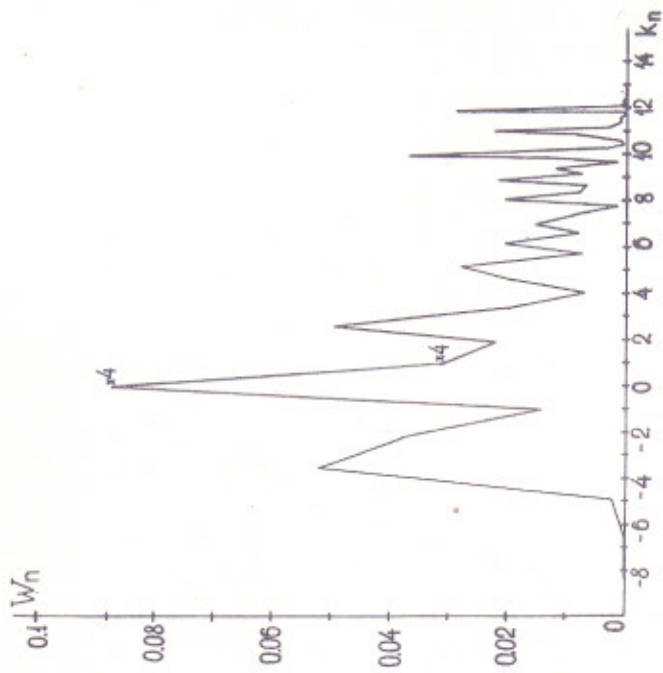


FIG. 3a

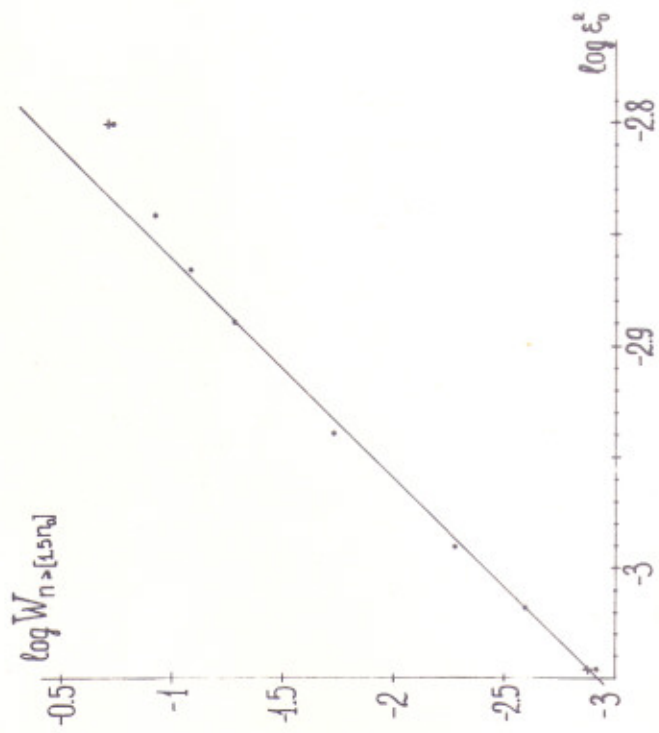


FIG. 3b

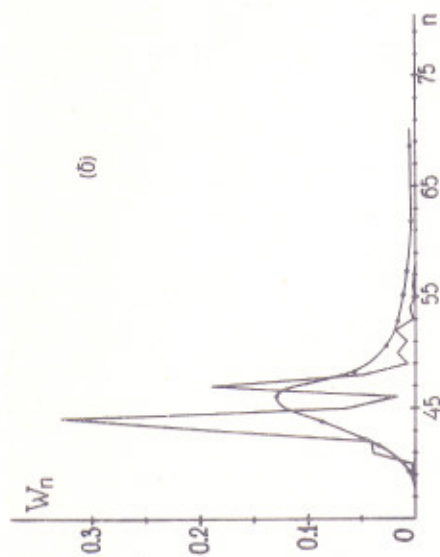
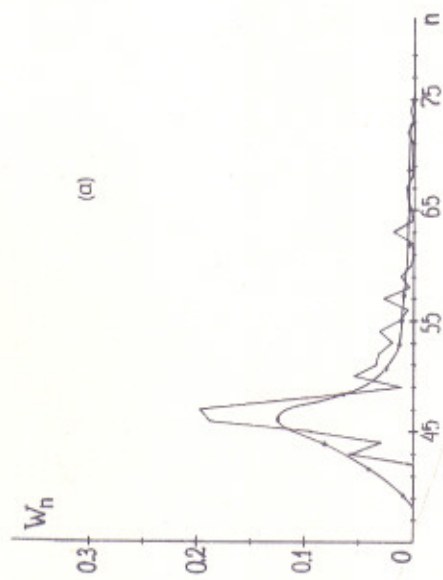


Рис.4

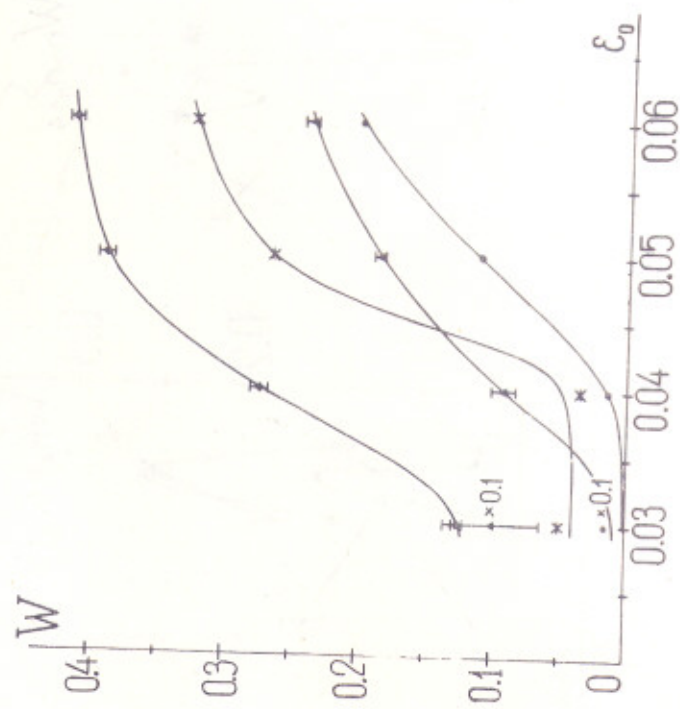


Рис.5

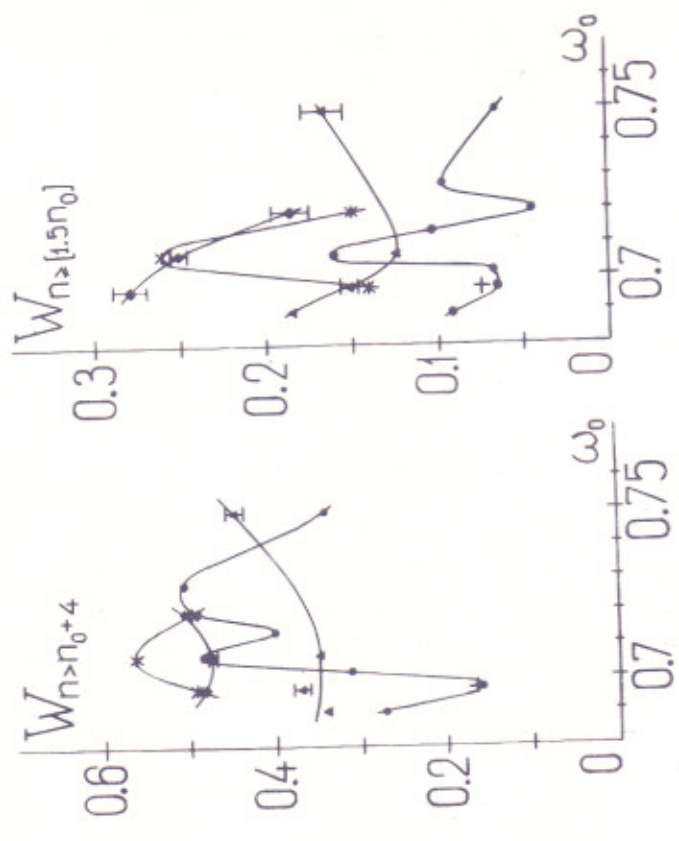


Рис. 6

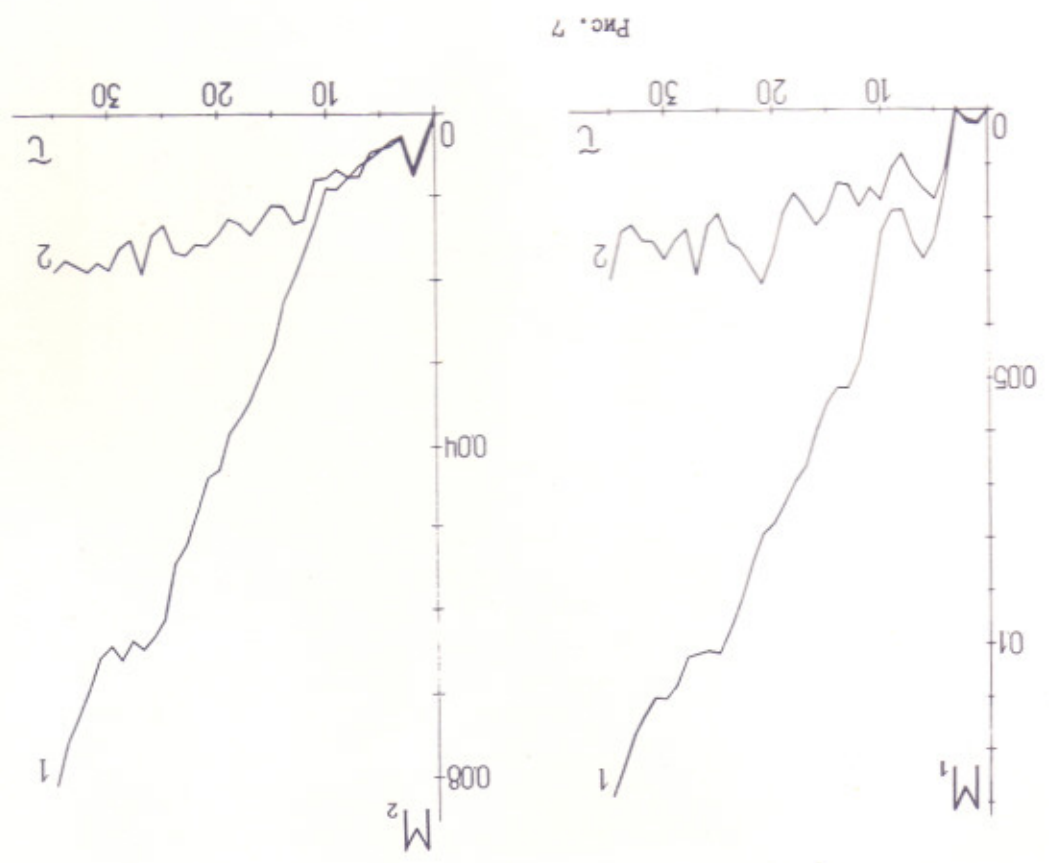


Рис. 7

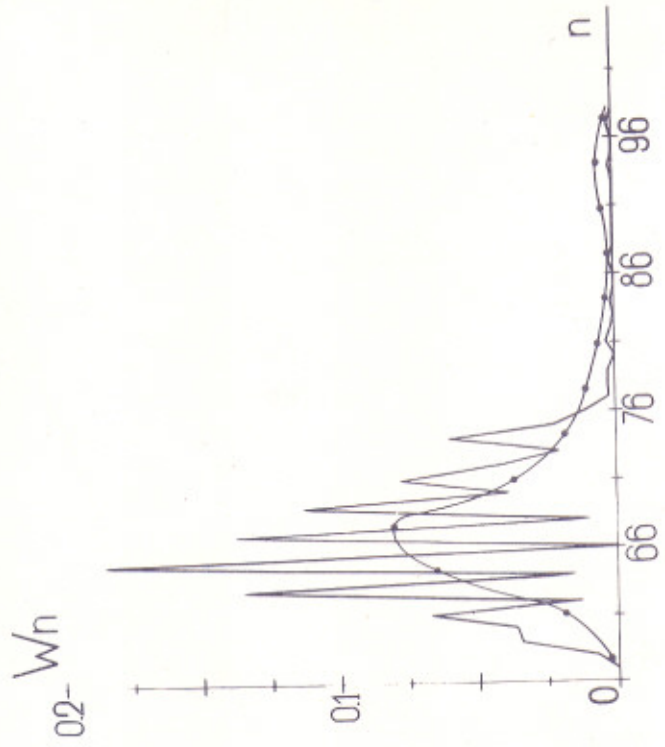


Рис. 8



Рис. 9

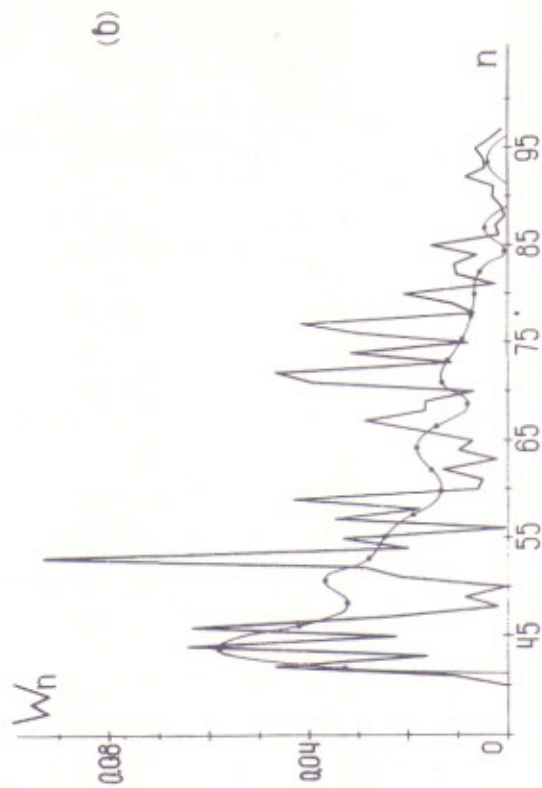
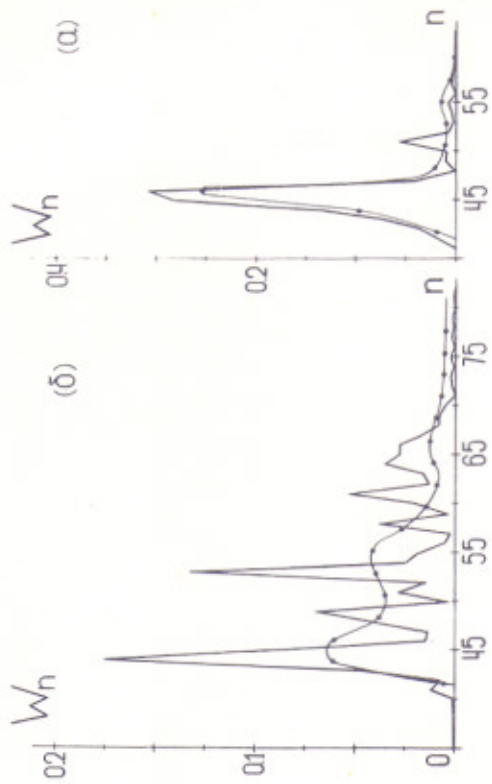


Рис. 10

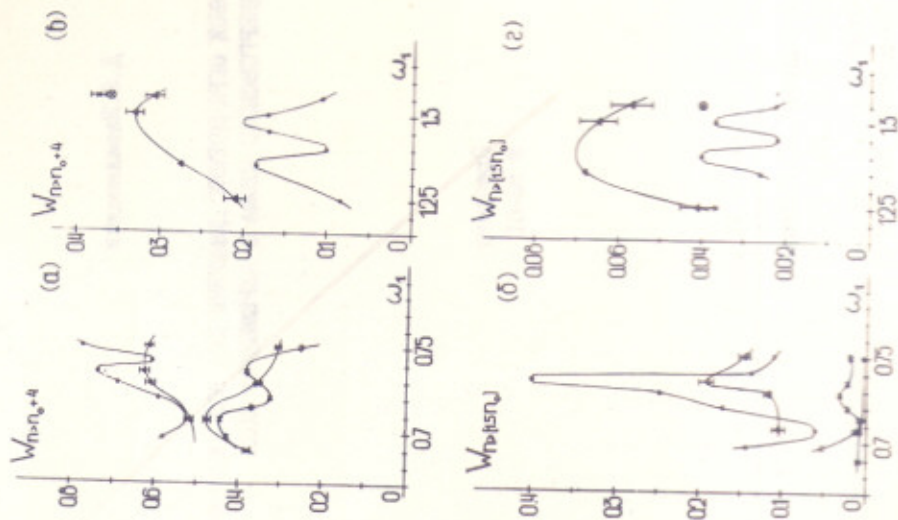


Рис. 11