

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Институт ядерной физики

На правах рукописи

ШЕНЕЛЯНСКИЙ Дмитрий Львович

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ В  
КЛАССИЧЕСКОМ ПРЕДЕЛЕ

(01.04.02 – теоретическая и математическая физика)

Автореферат диссертации на  
соискание ученой степени канди-  
дата физико-математических  
наук

г. Новосибирск  
1981 г.

Работа выполнена в Институте ядерной физики Сибирского  
отделения Академии Наук СССР.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

- ЧИРИКОВ Борис Валерианович - старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОПОНОНЕНТЫ:

- СМОРОДИНСКИЙ Яков Абрамович - старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук (Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова)
- СОКОЛОВ Валентин Васильевич - старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук (Институт ядерной физики СО АН СССР)

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ:

Физический институт имени П.Н.Лебедева АН СССР

Защита диссертации состоится "16 марта 1982 г. в  
"10" часов на заседании специализированного совета Д.002.24.  
ОИ при Институте ядерной физики СО АН СССР.

Адрес: г. Новосибирск-90, Проспект Науки, II, конференц-зал. С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯФ СО АН СССР.

Автореферат разослан "30" декабря 1981 г.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА  
доктор физ.-мат. наук

 Я. С. ДЕРБЕНЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

В последние годы был достигнут большой успех в изучении поведения динамических систем классической механики. В частности, было открыто явление так называемой динамической стохастичности, которое может иметь место в очень простых механических системах с небольшим числом степеней свободы. Причем то, что движение детерминированной (динамической) системы в этом случае оказывается крайне нерегулярным, сложным и непредсказуемым, определяется исключительно внутренней динамикой системы и никак не связано с каким-либо влиянием внешних случайных сил. Понятен и механизм возникновения такого чрезвычайно сложного, случайного (без кавычек) движения, связанный с сильной локальной неустойчивостью траекторий системы.

В то время как динамическая стохастичность в классических системах уже достаточно хорошо изучена, исследование динамики квантовых систем, являющихся стохастическими в классическом пределе ( $\hbar = 0$ ), началось сравнительно недавно. Актуальность исследования таких стохастических квантовых систем (СКС) связана с возникновением новых возможностей экспериментального исследования поведения молекул и атомов в поле сильной электромагнитной волны, стимулировавшим появление большого числа работ по динамике нелинейных квантовых систем (системы, описываемые нелинейными уравнениями Гайзенберга). Поскольку возникновение стохастичности в нелинейных системах является довольно типичной ситуацией, то анализ динамики СКС представляется важным как для изучения статистических свойств квантовых систем, так и для понимания особенностей поведения молекул и атомов в области стохастичности.

Цель работы

Цель работы состоит в исследовании особенностей динамики СКС. Проведен анализ условий применимости квазиклассического приближения для СКС. Рассматриваются свойства квантовых корреляций, которые, как оказывается, существенно отличаются от

классических. Исследуются условия возникновения и особенности диффузионного возбуждения в СКС. Результаты этих исследований используются в дальнейшем при анализе динамики возбуждения атома в поле электромагнитной волны.

#### Научная новизна

Дана оценка для времени  $t_0$  применимости квазиклассического приближения для СКС, получено, что  $t_0 \ll N_{ch}$  и существенно превышает время распыления квазиклассического пакета  $t_s \sim \hbar \ln N_{ch}$ , где  $N_{ch}$  - характерное квантовое число. Для простых моделей СКС с периодическим возмущением получены оценки для времени квантового ограничения диффузии  $t^*$  согласующиеся с результатами численных экспериментов. Показано, что в СКС отсутствует экспоненциальное затухание корреляций, а энтропия Колмогорова-Синая  $h$  (КС-энтропия) равна нулю. Вследствие этого квантовая динамика оказывается значительно более устойчивой, чем классическая. Для модели ротора подробно исследован случай так называемого квантового резонанса не имеющий аналога в классической системе. На примере простых моделей СКС показано, что для систем с квазипериодическим возмущением время квантового ограничения диффузии  $t^*$  значительно возрастает, в некоторых случаях возможно неограниченно. Определены условия стохастизации движения высоковозбужденного электрона в атоме в поле низкочастотной электромагнитной волны и исследован спектр излучения. Обсуждается возможность стохастической ионизации низковозбужденных атомов под действием электромагнитного излучения.

#### Практическая ценность результатов работы

Проведенные исследования позволили познать свойства и особенности динамики довольно широкого класса нелинейных квантовых систем. Определены границы применимости квазиклассического приближения для СКС. Полученные результаты могут быть использованы при анализе поведения молекул и атомов в поле электромагнитного излучения. Так, условия диффузионного возбуждения СКС могут быть применены для определения условий возникновения бесстолкновительной диссоциации конкретных молекул. Предложен механизм

стохастической ионизации атомов, который может наблюдаться в реальных экспериментах.

#### Содержание работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения.

Во Введении формулируется тема исследований. Кроме того, проводится краткое обсуждение предшествующих работ и описание основного содержания диссертации. Здесь же вводится представление о трех временных масштабах  $T_r(t_s)$ ,  $T_d(t^*)$ ,  $T_w(t_w)$  движения в СКС.

Глава I посвящена исследованию условий применимости квазиклассического приближения для СКС.

В § 1 обсуждаются результаты проведенных ранее численных экспериментов с простой моделью СКС (квантовый ротор под действием периодического возмущения). Основной результат этих экспериментов состоял в том, что движение квантового ротора похоже при определенных условиях на стохастическое движение классической системы. Так наблюдался диффузионный рост энергии ротора со временем с коэффициентом диффузии близким к классическому. Вместе с тем, начиная с некоторого момента времени  $t^*$  имело место существенное уменьшение скорости диффузии (квантовое ограничение диффузии). Результаты этих экспериментов показали также, что временные масштабы  $T_r$  (на котором движение полностью случайно) и  $T_d$  (на котором сказывается дискретность спектра движения) существенно различаются ( $T_r \ll T_d$ ). На основе наглядных представлений в § 1 получены оценки масштабов  $T_r$  и  $T_d$ .

Далее в § 2 обсуждаются условия применимости квазиклассического приближения для СКС. Первые исследования предпринятые в этом направлении показали, что отличие квантовых средних от классических нарастает со временем экспоненциально в течение времени  $t \lesssim t_s \sim \hbar^{-1} \ln N_{ch}$ . Однако, для времени  $t \gtrsim t_s$  использовавшиеся методы исследования оказались неприменимыми и поэтому вопрос о том в течение какого времени  $t_0$  отличие между квантовыми и классическими средними является малым  $\sim O(\hbar)$ .

требовал дальнейшего исследования. В § 2 на основе результатов В.П.Маслова показано, что квазицлассическое приближение применимо и при  $t \gg t_0$ , вилоть до  $t_0 \ll N_{ch}$ . В рамках данного метода получена оценка для времени  $t^*$  диффузационного возбуждения СКС в предположении, что  $t^* \sim t_0$  (строго можно утверждать, что  $t^* \geq t_0$ ). Эта оценка подтверждается проведенными численными экспериментами для модели квантового ротора (§ 3) и для модели нелинейного квантового осциллятора с периодическим возмущением (§ 4).

В § 4 показано, что при определенных условиях нелинейный квантовый осциллятор может быть диффузционно возбужден прямо из основного состояния. В этом же параграфе обсуждается классическая модель "замороженных частиц", которая хорошо аппроксимирует зависимость квантовых средних от времени. Такая модель позволяет получить нижнюю границу для степени диффузационного возбуждения СКС, которая в ряде случаев совпадает с истинной. Однако при определенных условиях СКС может быть возбуждена существенно выше границы даваемой моделью "замороженных частиц" (§9).

В Главе II исследуются свойства квантовых корреляций в СКС.

В § 5 для квантового ротора строятся операторные квантовые отображения. На основе анализа этих отображений получено, что КС-энтропия  $h = 0$  (для классической системы  $h > 0$ ), а разновременные квантовые корреляции в отличии от классических (когда мера островков устойчивости достаточно мала) не затухают экспоненциально со временем. Более того, удается строго показать, что в СКС корреляции затухают не быстрее некоторой степени времени. В этом же параграфе приведены простые физические соображения в пользу того, что во всех физически реальных СКС отсутствует экспоненциальное убывание корреляций, а КС-энтропия равна нулю. В § 5 получено, что через время  $t_s \sim h^{-1} \ln N_{ch}$  относительное различие между квантовыми и классическими корреляциями становится больше единицы (при этом по абсолютной величине корреляции  $\ll O(\hbar)$ ).

В § 6 проводятся численные исследования свойств корреляций. Следствием нулевой КС-энтропии является устойчивость квантовой эволюции (§ 6).

В § 7 рассматривается явление квантового резонанса в модели квантового ротора. Показано, что в системе имеется бесконечное, всюду плотное множество таких резонансов, и найдено общее условие их возникновения. Определяются основные характеристики движения системы в резонансе. Аналитически показывается, что на больших временах энергия ротора растет квадратично со временем. Вид асимптотики не зависит от величины возмущения и является универсальным. Проводится анализ структуры спектра квазиэнергий, который в резонансе является непрерывным.

В Главе III исследуется динамика возбуждения простых моделей СКС.

Оказывается, что в системе с двумя степенями свободы (§8) может иметь место режим в котором ведущая степень свободы, возбуждаясь только до определенного уровня (квантовое ограничение диффузии), таким образом "шумит" на вторую степень свободы, что по ней возбуждение идет диффузионным образом значительно дольше (третий временной масштаб  $T_w \gg T_d$ ) чем по ведущей степени свободы, возможно неограниченно. Результаты численных экспериментов § 8 указывают также на присутствие непрерывной компоненты в спектре квантовых корреляций в модели ротора.

В § 9 исследуется возбуждение квантового ротора внешним возмущением квазипериодическим по времени (две и три несоизмеримых частоты). Численные эксперименты показали, что этот случай качественно отличается от случая периодического возмущения - в нем диффузионный интервал  $t^*$  растет экспоненциально с увеличением параметра квазиклассичности (две частоты), а в случае трех частот возможно, что  $t^* = \infty$ .

В Главе IV исследуются эффекты стохастичности движения в атомах.

В § 10 теоретически исследуется воздействие на высоковозбужденный атом интенсивного монохроматического излучения с частотой много меньшей частоты атомных переходов. Получено условие стохастизации движения электрона, имеющее место при достаточно низких частотах электромагнитного поля, исследован спектр излучения.

В § 11 обсуждается возможность стохастической ионизации

низковозбудженного атома водорода монохроматическим электромагнитным излучением. При частоте излучения  $\omega \approx n^{-3}$  (в атомных единицах) и напряженности электрического поля  $E \geq \max((27n^4)^{-1}, n^{-6})$  стохастическая ионизация возможна вплоть до  $n \approx 2$ . Вероятность стохастической ионизации  $W \sim E^2 n^5$  существенно превышает вероятность многофотонной ионизации.

Основные результаты состоят в следующем:

1. Показано, что во временной эволюции квантовых систем стохастических в классическом пределе можно выделить три временных масштаба  $T_r, T_d, T_w$  ( $T_r \ll T_d \ll T_w$ ). Все статистические свойства классических стохастических систем сохраняются только на коротком интервале  $T_r < \ln N_{ch}$ , где  $N_{ch}$  – характерное квантовое число. Таким образом в квантовых системах имеет место только временная или переходная стохастичность. Масштаб  $T_d < N_{ch}$  определяется дискретностью спектра движения квантовых систем. При  $t \leq T_d$  движение системы характеризуется квазиклассической диффузией. Вместе с тем, некоторые слабые статистические свойства в нестационарных СКС (например, непрерывная компонента в спектре корреляций) сохраняются на существенно большем масштабе  $T_w$ , когда уже имеет место квантовое ограничение диффузии.
2. Получено, что КС-энтропия  $h$  в СКС равна нулю, а квантовые корреляции в отличии от классических не затухают экспоненциально со временем. Вследствие того, что  $h = 0$  динамика СКС является значительно более устойчивой, чем в классических стохастических системах.
3. На основе результатов В.П.Маслова показано, что квазиклассическое приближение для СКС применимо в течение большого временного интервала  $t_0 < N_{ch}$ . Предложен метод определения времени  $t_0 \leq T_d$  основанный на вычислении квантовых поправок к квазиклассическому разложению для волновой функции.
4. На основе исследований проведенных для простых моделей СКС выдвинута гипотеза о том, что в квантовых системах – одномерных с квазипериодическим возмущением и  $N$ -мерных ( $N \geq 2$ )

с периодическим или квазипериодическим возмущением – диффузионный интервал  $t^*$  либо экспоненциально быстро увеличивается с ростом  $N_{ch}$  при превышении квантовой границы устойчивости, либо вообще оказывается неограниченным. Внутри этого интервала ( $t \leq t^*$ ) энергия системы растет диффузионно со временем с коэффициентом диффузии близким к классическому. Условием такого диффузионного возбуждения является выполнение классического критерия стохастичности и превышение квантовой границы устойчивости для возмущения. На основе этой гипотезы получены условия стохастической ионизации атома водорода из низковозбудженного состояния в поле электромагнитной волны.

5. Аналитически и численно исследован своеобразный тип движения, называемый квантовым резонансом и не имеющий аналога в классической системе.
6. Получены условия стохастизации движения электрона в высоковозбудженном атоме водорода в поле низкочастотной ( $\omega \ll \omega_L = N^{-3}$ ) линейно поляризованной электромагнитной волны. Проведено исследование спектра излучения в области стохастичности.

Основные результаты полученные в диссертации докладывались на следующих семинарах: 1) теоретический семинар ИЯФ СО АН ССР; 2) семинар под руководством В.П.Маслова (МИСИ им. В.В.Куйбышева); 3) теоретический семинар ИМ СО АН ССР; 4) семинар сектора Я.А.Смородинского (ИАЭ им. И.В.Курчатова); 5) общемосковский семинар по теоретической физике под руководством академика В.Л.Гинзбурга (ФИАН ССР), а также на II-ой Всесоюзной школе по математическим моделям ближнего космоса (секция "Нелинейная динамика и турбулентность", г.Красноярск, 1979), на Всесоюзном семинаре "Автостохастические явления и системы" (г.Горький, 1980) и на VI Всесоюзной школе по нелинейным волнам (г.Горький, 1981).

Результаты диссертации изложены в следующих работах:

1. Ф.М.Израйлев, Д.Л.Шепелянский. Квантовый резонанс для ротора в немногом периодическом поле – ДАН ССР, 1979, т.249, № 5, с.1103-1107; ТМФ, 1980, т.43, № 3, с.417-428.

2. Д.Л.Шепелянский. Квазиклассическое приближение для стохастических квантовых систем - ДАН СССР, 1981, т.256, № 3, с.586-590.
3. Д.Л.Шепелянский. О динамической стохастичности в нелинейных квантовых системах. ТМ, 1981, т.49, № 1, с.117-121.
4. B.V.Chirikov, F.M.Izrailev, D.L.Shevelyansky. Dynamical Stochasticity in Classical and Quantum Mechanics-Soviet Scientific Reviews C, 1981, v. 2, N 1, p. 181-247.
5. Д.Л.Шепелянский. Некоторые статистические свойства простых квантовых систем стохастических в классическом пределе - Новосибирск, 1981 (Препринт/ Институт ядерной физики: II. 81-55).
6. Д.Л.Шепелянский. Стохастизация высоковозбужденного атома в поле низкочастотной электромагнитной волны - Оптика и спектроскопия, 1981, т.51, № 6, с. 1124-1127.

---

Ответственный за выпуск - Я. С. Дербенев  
Подписано к печати 19.10-1981г. № 15067  
Усл. 0,6 печ.л., 0,5 учетно-изд.л.  
Тираж 100 экз. Бесплатно  
Заказ № 113.

---

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР