

При $\varepsilon \approx 2$ и $k \gg 1$ скорость диффузионного возбуждения ротатора в течение некоторого времени совпадает с классической, а затем падает до некоторой предельной величины \bar{D} в дальнейшем уже не уменьшающейся в течение всего времени счета ($t=300$). Зависимость отношения \bar{D}_q/D_{cl} от ε представлена на рис.23.

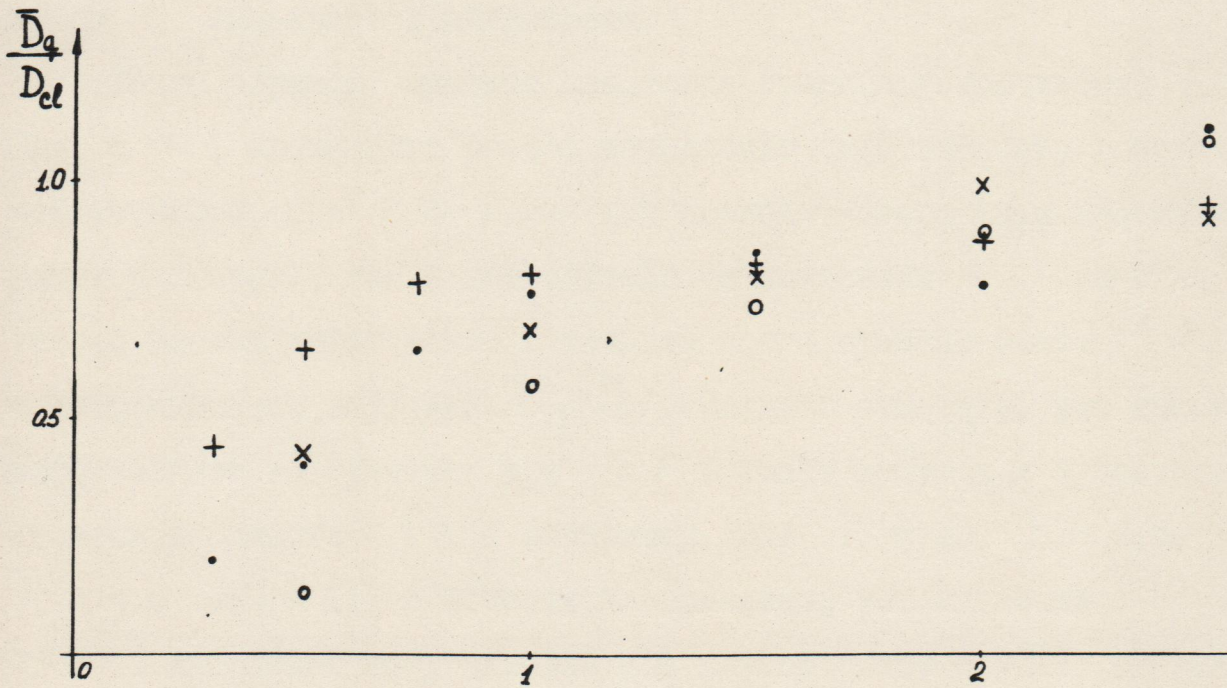


Рис.23. Зависимость предельного ($t=300$) значения коэффициента диффузии \bar{D}_q от ε в модели с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega \tau$, $\omega T = 1$; $\circ - k = 10$, $\times - k = 20$; и в модели со случайным возмущением $k(t) = k + \varepsilon \xi(t)$, $\cdot - k = 10$, $+$ - $k = 20$; $kT = 5$.

Для сравнения на этом же рисунке приведена зависимость \bar{D}_q / D_{cl} от ε в том случае, когда $k(t) = k + \varepsilon \xi(t)$, где $\xi(t)$ — случайно меняется со временем в интервале $[-1, 1]$. Также как и в случае периодического изменения $k(t)$ при $\varepsilon \geq 2$ $D_q \approx D_{cl}$, а при $\varepsilon < 2$ имеется предельный коэффициент $\bar{D}_q < D_{cl}$, уменьшающийся с ε . При одинаковых значениях ε , k , T ($\varepsilon < 2$) коэффициент диффузии \bar{D}_q для модели ротатора со случайно меняющимся $k(t)$ оказывается несколько больше значения \bar{D}_q в модели с периодически меняющимся $k(\tau)$ (см. рис. 23), но качественный вид зависимости от ε оказывается одинаковым.

Таким образом, имеется квантовая граница устойчивости $\varepsilon \sim 1$. При $\varepsilon \ll 1$ происходит резкое замедление диффузионного возбуждения ротатора, при $\varepsilon \geq 2$ как для периодического (при несоизмеримых частотах), так и для случайного изменения $k(t)$ энергия ротатора растет диффузионно в течение всего времени счета ($t = 10^3$) с коэффициентом диффузии $D_q \approx D_{cl}$. Следует отметить, что такое диффузионное возбуждение при $\varepsilon > 1$ имеет место и в существенно квантовой области $T > 1$ (например, для $k = 10$, $\varepsilon = 2.5$, $T = 4.6$, $\omega T = 1$). В области классической устойчивости ($k + \varepsilon \gg 1$) изменение энергии, как и в классическом случае, оказывается ограниченным.

В заключение этого параграфа приведем несколько оценок. Рассмотрим случай, когда две частоты оказываются соизмеримыми, т.е. $\omega T = \frac{2\pi p}{q}$. Тогда возмущение является периодическим с периодом в q толчков, а время $\tau^* = \frac{t^*}{q}$ будет определяться расстоянием между дискретными уровнями квазиэнергии (такой метод оценки был применен в /40/): $\tau^* = \frac{t^*}{q} \sim \Delta^{-1}$. Величина Δ определяется числом эффективно возбужденных уровней квазиэнергии N_ψ , которое можно оценить по числу возбужденных невозмущенных уровней $N_\psi \sim$

$\sim k_{ef} \sqrt{t^*}$. Из этих соотношений получаем оценку для t^* :

$$t^* \sim k_{ef}^2 q^2 \quad (9.2)$$

Пусть теперь $\omega T = \frac{2\pi\rho}{q} + \delta$, где δ - малая расстройка. Тогда в течение времени $t \leq t_p \sim \delta^{-1}$ система движется приблизительно также как и при $\omega T = 2\pi \frac{\rho}{q}$. Если $t_p \sim \delta^{-1} \geq t^* \sim k_{ef}^2 q^2$, то будет иметь место квантовое ограничение диффузии, а при $2t_p > t > t_p$ возможно опять начнется диффузионный рост подобно случаю, с $\varepsilon = 7$, $\varepsilon T = 7$, $\omega T = 0.1$, $k = 0$. Таким образом, квантовое ограничение диффузии будет наблюдаться, по крайней мере в течение некоторого времени, если

$$\delta(q) \leq \frac{1}{q^2 k_{ef}^2} \quad (9.3)$$

Полная мера всех отстроек расходится с ростом q

$$\sum_{q=1}^{q_{cr}} \sum_{p=1}^q \delta(q) \sim \frac{\ln q_{cr}}{k_{ef}^2} \sim 1$$

и становится равной 1 при $q_{cr} \sim e^{\rho k_{ef}^2}$, откуда получаем оценку для t^* в случае двух несоизмеримых частот

$$t^* \sim k_{ef}^2 e^{2\rho k_{ef}^2} \quad (9.4)$$

где ρ - некоторая числовая константа. Полученные оценки (9.2), (9.4) качественно совпадают с имеющимися экспериментальными данными (см. рис. I9), но более точное сравнение провести не удастся из-за резкого возрастания t^* с ростом k_{ef} и q . В случае, когда есть три несоизмеримые частоты (например, $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega \tau \cdot \cos \omega_1 \tau$) и $\omega T = \frac{2\pi\rho}{q} + \delta$, $\omega_1 T = \frac{2\pi\rho_1}{q_1} + \delta_1$, время $t^* \sim (q q_1 k_{ef})^2$, при $\delta = 0$, $\delta_1 = 0$. Для того, чтобы имело место ограничение диффузии требуется, чтобы $t^* < \min(\frac{1}{\delta}, \frac{1}{\delta_1})$ откуда следует, что мера таких частот оказывается малой при больших k_{ef} ($\sum_{q_0, \rho_0, q, p=1}^{\infty} \delta \delta_1 \sim k_{ef}^{-4} \ll 1$) и поэтому в случае трех (и более) несоизмеримых частот почти для любых ω , ω_1 , происходит, по-ви-

димому, неограниченное диффузионное возбуждение квантового ротора. Численные эксперименты показали, что при $k = 0$, $\varepsilon = 3.5$, $\varepsilon T = 7$, $\omega T = 2$, $\omega_1 T = 2^{1/4}$ время $t^* > 2000$. При $\varepsilon \lesssim 3,5$ устанавливается некоторый коэффициент диффузии $\bar{D}_q(\varepsilon) < D_{cl}$ почти не меняющийся в течение всего времени счета ($t = 2000$). Так при $\varepsilon = 2$ отношение $D_q/D_{cl} \approx 0.06$; 0.05 для $t = 1000$; 2000 соответственно. В случае же, когда $\omega_1 = 0$ (две несоизмеримых частоты) явно наблюдается квантовое ограничение диффузии, причем $D_q/D_{cl} \approx 0.015$; 0.004 для $t = 1000$; 2000 .

Следует заметить, что в модели с несоизмеримыми частотами время квантового ограничения диффузии $t^* \sim e^{2\rho k_{ef}^2}$ значительно превышает время применимости квазиклассического приближения $t_0 \sim k_{ef}^2$. Возможно, что такое различие между t_0 и t^* связано с неэффективностью использовавшегося в § 2 метода квазиклассического приближения. Так может оказаться, что суммирование квантовых поправок более высокого порядка по \hbar приведет к тому, что поправка к энергии будет малой ($\propto \hbar$) и при $t \gg t_0$. Возможно также и другое объяснение, заключающееся в том, что при $t \gg t_0$ квантовые поправки к коэффициенту диффузии D_q не малы (сравнимы с единицей). При этом, как это было в существенно квантовой области $k = \text{const} > 1$, $T > 1$, скорость диффузии в интервале $t_0 \leq t \leq t^*$ может быть только лишь приближенно близка к классической ($D_q \approx D_{cl}$), но не совпадать с ней при $\hbar \rightarrow 0$. Таким образом, для выяснения условий применимости квазиклассического приближения в интервале $k_{ef}^2 \sim t_0 \leq t \leq t^* \sim e^{2\rho k_{ef}^2}$ требуются дальнейшие исследования.

Результаты §§ 8,9 позволяют понять каким образом будет происходить возбуждение системы (8.1) при $\varepsilon \geq 1$. Поскольку частота изменения χ_2 фиксированна, то система распадается на две независимых подсистемы. Динамика возбуждения по первой сте-

пени свободы определяется тогда фактически гамильтонианом (I.1) с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos(\omega\tau + \chi_2)$ (с дальнейшим усреднением по параметру χ_2 не меняющим характера движения). Таким образом,

$\langle n_1^2 \rangle \approx \frac{k_0^2 \varepsilon^2}{2} t$ растет диффузионно в течение времени t^* (см. (9.4) и рис.19, для $\varepsilon = 3.5$, $\varepsilon T = 7$, $t^* \approx 10^3$). Поскольку спектр корреляций R_q для χ_1 содержит непрерывную компоненту (см. § 9 выше и рис.22), то $\langle n_2^2 \rangle$, определяемое (8.4), также растет диффузионно с $D_q \approx D_{cl}$ в течение времени $t_w \gg t^*$ (точная оценка для масштаба t_w неизвестна, см. § 8).

Проведенные исследования показывают, что по сравнению с классическими стохастическими системами статистические свойства СКС оказываются значительно слабее. Так в квантовых системах отсутствует экспоненциальное затухание корреляций (§§ 5,6) имевшее место в классических системах, в случае, когда мера островков устойчивости пренебрежимо мала. Полные статистические свойства классических систем в квантовом случае сохраняются только в течение очень короткого времени $t_s \propto \ln \frac{1}{\hbar}$ (5.5). При $t \gtrsim t_s$ корреляции в квантовых и классических системах становятся совершенно различными (см. таблицу 3, рис.9). Существенно отличаются также и КС-энтропии классической и квантовой систем: в СКС КС-энтропия $h = 0$ /44,47/, в то время как в соответствующей классической системе $h > 0$. Отметим, что в СКС $h = 0$ не только тогда, когда спектр движения квантовой системы дискретен (этот случай рассматривался в /44/), но и тогда, когда спектр движения непрерывен — например, в модели (I.1) при $T = \frac{4\pi p}{q}$ (квантовый резонанс § 7) спектр квазиэнергий непрерывен, но $h = 0$ § 5. Следствием нулевой КС-энтропии является устойчивость квантовой эволюции (см. §8, рис.11,12), которая отсутствует в классических стохастических системах (рис.10).

Вместе с тем некоторые статистические свойства, например, такие как диффузия, сохраняются в СКС на значительно больших временах $t^* \propto \frac{1}{\hbar}$ ($t^* \gg t_s$). Для системы (I.I) с одной степенью свободы и периодической внешней силой время t^* возрастает с увеличением параметра квазиклассичности согласно (3.6). Как показали численные эксперименты § 8, присутствие непрерывной компоненты в спектре корреляций и диффузионное возбуждение другой степени свободы на определенных частотах наблюдаются в течение значительно большего временного интервала $t_w \gg t^* \gg t_s$. При $k = 5$ время t_w превышает t^* почти на три порядка (см. §8).

Вопрос о том, чем определяется третий временной масштаб и конечен он или бесконечен остается пока открытым.

Численные эксперименты с одномерной моделью и двухчастотной внешней силой показали, что в такой системе диффузионный масштаб t^* очень резко возрастает (по-видимому, экспоненциально) с увеличением параметра квазиклассичности k_{ef} (см. рис. I9 и (9.4)). Так оказывается достаточным превысить квантовую границу устойчивости ε_c всего в $S_q \approx 3,5$ раз, чтобы t^* возросло на три порядка. В случае, когда есть три несоизмеримых частоты (или более) диффузионный масштаб оказывается, по-видимому, бесконечным. При этом происходит неограниченное диффузионное возбуждение квантового ротора, а квантовые корреляции затухают степенным образом (6.3).

Поскольку динамика по одной степени свободы в многомерной системе в некотором приближении может быть сведена к одномерному движению с внешним квазипериодическим возмущением, то на основе результатов главы III можно выдвинуть гипотезу о том, что в квантовых системах с двумя степенями свободы (или больше двух) и периодической (или квазипериодической) внешней силой диффузионный интервал t^* либо экспоненциально быстро увеличивается с ростом па-

раметра квазиклассичности, либо вообще оказывается неограниченным. Внутри этого интервала ($t \leq t^*$) энергия системы растет диффузионно со временем с коэффициентом диффузии близким к классическому. Условием такого диффузионного возбуждения является выполнение классического критерия стохастичности и превышение квантовой границы устойчивости для возмущения /14/. Следует отметить, что во всех рассмотренных моделях диффузионное возбуждение возникало только при выполнении этих двух условий. Вместе с тем выполнения критерия, предложенного в /68/ оказывается явно недостаточно. Действительно в области квазиклассики этот критерий всегда выполнен ($\Delta E \rightarrow 0$, матричный элемент $V \rightarrow \text{const}$), но тем не менее не во всякой классической системе возникает диффузия.

Г Л А В А IV

НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

§ 10. Стохастизация высоковозбужденного атома в поле
низкочастотной электромагнитной волны.

В последнее время значительное внимание уделяется экспериментальному /69,70/ и теоретическому /15,71-73/ исследованию высоковозбужденных (ридберговских) атомов под действием линейно поляризованного монохроматического излучения. Ввиду больших значений квантовых чисел (в экспериментах с водородом /69,70/ главное квантовое число достигало значений $n \approx 50-70$) можно рассматривать классическую постановку задачи /15,72/. В рамках такого подхода в /15/ была рассмотрена стохастическая ионизация атома, при условии близости частоты внешнего поля ω к частоте кеплерова движения электрона $\Omega = n^{-3}$ *), объясняющая основные результаты экспериментов /69,70/ для $\omega \approx 10^{10}$ Гц.

Вместе с тем интересен также случай значительно более низкочастотного поля с $\omega \ll \Omega$, исследовавшийся в экспериментах /69/. В этом параграфе показано, что из-за наличия кеплеровского вырождения при достаточно низких частотах ω движение электрона стохастизируется (этот эффект был пропущен в /73/, где исследовалась та же задача), что в классическом пределе приводит к непрерывному спектру мощности излучения, существенно отличающемуся от дискретного спектра, полученного в /73/. Рассмотрение проводится для полей в интервале $1/n^5 \ll \varepsilon \ll 1/n^4$. Квантовомеханическая теория возмущений в этом случае оказывается неприменимой /74,73/.

*) Здесь и далее в § II используются атомные единицы.

При $n \gg 1$ в первом приближении можно ограничиться решением классических уравнений. Ввиду медленности изменения электрического поля $\varepsilon(t) = \varepsilon \cos \omega t$ удобно записать классический гамильтониан в переменных действие-фаза, определяемых по движению частицы в параболических координатах ξ, η, φ (действие-фаза для мгновенного значения поля). Производящей функцией при этом является действие $S_0(\xi, \eta, \varphi, n_1, n_2, m, \varepsilon(t))$ /75/, зависящее от поля, как от параметра. Здесь n_1, n_2, m — переменные действия соответствующие квантовым числам атома водорода во внешнем поле /76/, $n = n_1 + n_2 + |m|$. В этих переменных гамильтониан системы имеет вид

$$\begin{aligned} H \approx & -\frac{1}{2n^2} + \frac{3}{2} \varepsilon \cos \omega t n(n_1 - n_2) - \\ & - \frac{1}{16} \varepsilon^2 \cos^2 \omega t n^4 [17n^2 - 3(n_1 - n_2)^2 - 9m^2] + \\ & + \omega n^5 \varepsilon \sin \omega t \mu_1 \mu_2 \sin(\lambda_1 - \lambda_2) + \\ & + \frac{1}{4} \omega n^5 \varepsilon \sin \omega t \sum_{\substack{m_1, m_2 = -\infty \\ m_1 \neq -m_2}}^{\infty} A_{m_1 m_2} e^{i(m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2)}, \end{aligned} \quad (10.1)$$

где λ_1, λ_2 — фазы сопряженные n_1, n_2 ; $\mu_{1,2} = \left(\frac{n_{1,2}(n - n_{2,1})}{n^2} \right)^{1/2}$;

$$A_{m_1 m_2} = (2\pi)^{-2} \int_0^{2\pi} d\chi_1 d\chi_2 \left[\xi_1 \cos \chi_1 + \xi_2 \cos \chi_2 - \mu_1^2 \sin 2\chi_1 + \mu_2^2 \sin 2\chi_2 \right] \cdot$$

$$\cdot \left[1 - \mu_1 \sin \chi_1 - \mu_2 \sin \chi_2 \right] \exp \left[i \left\{ m_1 \chi_1 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + (m_1 + m_2) \mu_1 \cos \chi_1 + m_2 \chi_2 + (m_1 + m_2) \mu_2 \cos \chi_2 \right\} \right];$$

$$\xi_1 = 2\mu_1 \frac{2n - n_1 + n_2}{n}; \quad \xi_2 = -2\mu_2 \frac{2n + n_1 - n_2}{n}.$$

Второй и третий члены в (10.1) соответствуют линейному и квадратичному штарковскому расщеплению /76/, а четвертый учитывает нестационарность поля и появляется из-за явной зависимости действия S_0 от времени ($\frac{\partial S_0}{\partial t} \propto \omega \varepsilon \sin \omega t$). В (10.1) отброшены члены $\sim \omega n^3 \varepsilon^2 n^8$ в $\frac{\partial S_0}{\partial t}$ и кубическое штарковское расщепление. Последний член в (10.1) содержит быстро осциллирующие члены с частотами $\geq \Omega$ и поэтому в дальнейшем им можно пренебречь.

Из (10.1) следует, что наряду с точным интегралом Π в используемом приближении сохраняется также значение главного квантового числа Π . При этом движение удобно описывать в сопряженных переменных: $I = \frac{n_1 - n_2}{2}$, $\psi = \lambda_1 - \lambda_2 - \frac{3\varepsilon n}{\omega} \sin \omega t$. Из-за переменного линейного Штарк-эффекта сетка резонансов с уменьшением ω становится все гуще (расстояние между резонансами равно ω) и поэтому даже при малых амплитудах поля ε для достаточно низких частот ω происходит перекрытие нелинейных резонансов, приводящее к стохастизации движения /6/. Критерий перекрытия резонансов /6/ выполнен для

$$\varepsilon \geq \varepsilon_0 \approx \frac{\omega^{1/3}}{n^3} \left[30 \mu_1 \mu_2 J_1 \left(\frac{3\varepsilon n}{\omega} \right) \right]^{-1/3} \approx \frac{\omega^{1/3}}{n^3}, \quad (10.2)$$

где J_1 - функция Бесселя (в широкой области параметров множитель $[\dots]^{-1/3}$ в (10.2) можно считать равным единице). При $\varepsilon \geq \varepsilon_0$ движение электрона становится стохастическим. Так, например, проекция A_z вектора Рунге-Ленца на направление поля меняется случайным образом в интервале $-(1 - \frac{m}{n}) \leq A_z \leq 1 - \frac{m}{n}$, а плоскость орбиты случайным образом прецессирует вокруг направления поля. Из (10.1) и выражения для μ_1 , μ_2 следует, что $|I| \leq \frac{n}{2}$, а $|\dot{\psi}| \leq \Delta\omega \approx \frac{3}{8} \varepsilon^2 n^5$, где $\Delta\omega$ имеет смысл полуширины образовавшегося стохастического слоя по частоте.

При $\varepsilon \gg \varepsilon_0$ стохастический слой по I содержит много перекрывающихся ($\Delta\omega \gg \omega$) нелинейных резонансов. Из-за этого в спектре излучения ширина $\Delta\omega$ адиабатических сателлитов /74, 73/ становится значительно больше расстояния между ними (ω), и спектр мощности излучения имеет вид

$$P_{nn'}(\nu) \sim \frac{4\nu^4}{3c^3} \sum_{n'_1, n'_2} \langle |D_\alpha^{\alpha'}|^2 K(\nu, \Delta\nu_\alpha^{\alpha'}) \rangle, \quad (10.3)$$

где суммирование проводится по всем возможным значениям n'_1, n'_2 при фиксированном n' , скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по n_1, n_2 при фиксированном n , $\alpha = (n_1, n_2, m)$, $D_\alpha^{\alpha'}$

- известные невозмущенные матричные элементы атома водорода /77/, $K(\nu, \Delta\nu_\alpha^{\alpha'}) = \frac{1}{\Delta\nu_\alpha^{\alpha'}}$ для $|\nu - |n - n'| \Omega| \approx \Delta\nu_\alpha^{\alpha'}$, где ширина $\Delta\nu_\alpha^{\alpha'}$ определяется линейным Штарк-эффектом:

$$\Delta\nu_\alpha^{\alpha'} = \frac{3}{2} \varepsilon |n(n_1 - n_2) - n'(n'_1 - n'_2)|$$

(в случае $\Delta\nu_\alpha^{\alpha'} < \Delta\omega$ надо положить $\Delta\nu_\alpha^{\alpha'} \approx \Delta\omega$). Вне полосы $\Delta\nu_\alpha^{\alpha'}$ свойства $K(\nu, \Delta\nu_\alpha^{\alpha'})$ определяются спектром мощности стохастической фазы Ψ , который, как было показано в /40/, при отстройке $|\nu - |n - n'| \Omega| > \Delta\nu$ убывает экспоненциально быстро. Ввиду этого спектр мощности $K(\nu, \Delta\nu_\alpha^{\alpha'})$ внутри полосы $\Delta\nu_\alpha^{\alpha'}$ получается из условия нормировки для Фурье-преобразования (равенство Парсеваля).

Интересно отметить, что учет высокочастотных членов в (10.1) приводит к диффузионной ионизации атома, но т.к. коэффициент диффузии оказывается экспоненциально малым $D \sim \exp(-\Omega/\Delta\omega)$, то этим эффектом в эксперименте можно пренебречь. Исходя из этого можно высказать предположение, что ионизация, наблюдавшаяся в /69/ для $\omega = 30$ МГц, 1.5 ГГц, связана с туннелированием. Заметим также, что в классической задаче при фиксированной величине поля ε стохастичность возникает при сколь угодно малой частоте ω (см.

(10.2)) и поэтому приближение статического Штарк эффекта оказывается справедливым только на конечных временах $T \sim \frac{1}{\omega}$. В пределе $\omega \rightarrow 0$ время $T \rightarrow \infty$.

На основе полученных результатов в отличие от /73/ можно сделать вывод, что в классическом пределе для полей $\mathcal{E} \gtrsim \mathcal{E}_0$ (10.2) спектр излучения атома водорода существенно меняется: адиабатические сателлиты /74,73/ размываются и спектр мощности излучения становится непрерывным (10.3). Однако в квантовом случае, т.к. n, m остаются фиксированными, спектр квазиэнергий \mathcal{E}_n содержит $\sim n$ неприводимых дискретных значений ($\Delta \mathcal{E}_n \neq \omega$). Поэтому спектральная мощность излучения будет состоять из qn^2 дискретных линий ($q \sim \frac{\Delta V}{\omega} \sim \mathcal{E} n^2 / \omega$), соответствующих переходам между различными уровнями квазиэнергии \mathcal{E}_n и $\mathcal{E}_{n'}$. При этом n^2 линий соответствуют переходам между неприводимыми значениями \mathcal{E}_n и $\mathcal{E}_{n'}$, а из каждой из них получается q линий сдвинутых по частоте на $l\omega$ ($l \leq q$, l - целое) и соответствующих переходам с $\mathcal{E}_{n'} - \mathcal{E}_n = l\omega$. Хотя формально l может быть любым, но фактически $l \leq q$, т.к. интенсивность линий с $l > q$ будет пренебрежимо малой. Таким образом распределение линий в спектре мощности излучения определяется уровнями квазиэнергии случайно распределенными в интервале $[0, \omega]$ из-за стохастичности классической системы. Вместе с тем вопрос о статистике этого распределения связан с общей проблемой квантования систем стохастических в классическом пределе /18/ и требует дальнейшего исследования. Изучение спектра излучения может быть проведено в условиях экспериментов /69,70/ при $\omega \ll n^{-3}$. При этом при превышении границы стохастичности (10.2) должна наблюдаться резкая перестройка спектра излучения: регулярное расположение спектральных линий при $\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$ (адиабатические сателлиты /74,73/) сменяется нерегулярным распределением линий при $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$.

Следует отметить, что для применимости использованного классического описания требуется, чтобы $n \gg 1$, а также, чтобы было велико число уровней захваченных нелинейным резонансом в (10.1): $\Delta n \sim \left(\frac{\omega n^5 \varepsilon}{\varepsilon^2 n^4} \right)^{1/2}$ (см. § 9). Последнее условие совместно с (10.2) приводит к ограничениям на амплитуду поля и частоту: $\omega n \gg \varepsilon \geq \frac{\omega^{1/3}}{n^3}$, $\omega > \frac{1}{n^6}$.

§ II. Стохастическая ионизация возбужденного атома водорода.

В настоящее время интенсивно исследуются процессы многофотонной ионизации атомов /9,78/. Вместе с тем при ионизации высоковозбужденных атомов ($n \approx 50$), например, водорода, линейно поляризованным монохроматическим излучением с частотой $\omega \approx \Omega = n^{-3}$ /69,70/ основным механизмом ионизации, по всей видимости, является квазиклассическая диффузия, возникающая за счет стохастизации движения электрона при напряженности электрического поля $\varepsilon \geq \varepsilon_0 = 1/27 n^4$ /15/. Численное моделирование классических уравнений /72/ дает хорошее согласие с экспериментом /69,70/. В этом параграфе получены условия, при которых возможна стохастическая ионизация из низковозбужденных состояний с $n \geq 2$.

Стохастическая ионизация атома происходит за характерное время $\tau \sim \varepsilon^{-2} n^{-5}$ ($\omega \approx \Omega$) /71/. При этом квазиклассическое приближение для стохастических систем применимо в случае, если в течение времени τ квантовые поправки к квазиклассической сумме по траекториям остаются малыми, что в рассматриваемой системе имеет место при $\delta \sim \frac{\gamma_0}{h} (h\tau)^{1/2} \ll 1$ (2.20), где $\gamma_0 = \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{dn}$, классическая КС-энтропия $h \sim \Omega$. Вблизи границы стохастичности при $\varepsilon \approx \varepsilon_0$ получаем оценку $\delta \sim \frac{40}{n}$, из которой следует, что при $n \gg 40$ влияние квантовых поправок оказывается малым. Численные исследования (§ I) одномерных квантовых моделей

СКС с периодическим возмущением показали, что при $\delta \gg \hbar$ происходит квантовое ограничение диффузии. Вместе с тем, в случае квазипериодического возмущения диффузионный интервал t^* возрастает экспоненциально при превышении квантовой границы устойчивости или вообще оказывается неограниченным (см. § 9), причем скорость диффузии близка к классической, даже при $\delta \gg \hbar$.

Поэтому на основе гипотезы выдвинутой в главе III и того, что движение электрона в атоме существенно многомерно (при $\varepsilon \geq \varepsilon_0$ частота изменения углов Эйлера Ψ и Φ оказывается $\sim \Omega$), можно предположить, что стохастическая ионизация атома возможна при

$\varepsilon \geq \max(\varepsilon_0, \varepsilon_{cr})$. Значение квантовой границы устойчивости для поля ε_{cr} определяется из условия, что число уровней, захваченных в нелинейный резонанс $\Delta n \approx (\varepsilon_{cr} n^6)^{1/2} \approx \hbar$ (оценка для Δn приведена в /15/). Т.к. вероятность стохастической ионизации $W \sim \Omega \cdot (\varepsilon n^4)^2$ пропорциональна только второй степени слабого электрического поля ε , то она должна существенно превышать вероятность многофотонной ионизации /9,78/ (при $\varepsilon = \varepsilon_0$ параметр адиабатичности $\gamma = \frac{\omega}{\varepsilon n} = 27 \gg 1$).

При $n \geq 5$ пороговое значение для ε определяется классической границей стохастичности ε_0 /15/, а при $n \leq 5$ - квантовой границей устойчивости $\varepsilon_{cr} \approx n^{-6}$. Таким образом для основного состояния механизм стохастической ионизации не является определяющим, т.к. в этом случае требуются поля $\varepsilon \sim \hbar$ в которых атом в любом случае перестает существовать за время $\tau \sim \hbar$. Для $n = 2$ граничное значение $\varepsilon_{cr} \approx 10^8$ в/см при этом ионизация происходит за время $\tau \sim 100 \sim 3 \cdot 10^{-15}$ сек при $\omega \approx 1.18$ эВ (отметим, что вероятность стохастической ионизации слабо зависит от частоты при изменении ω в интервале $0,5 \leq \frac{\omega}{\Omega} \leq 1,5$ /79/). Для $n = 4$ имеем $\varepsilon_{cr} \approx 10^6$ в/см, $\tau \sim 5 \cdot 10^{-13}$ для $\omega \approx 0.2$ эВ и $\varepsilon_{cr} \approx 3 \cdot 10^5$ в/см, $\tau \sim 2 \cdot 10^{-12}$ для $n = 5$ и $\omega \approx 0.1$ эВ. Последние

два случая ($n = 4; 5$) находятся, по-видимому, в пределах современных экспериментальных возможностей и представляют интерес для экспериментального исследования стохастической ионизации атома водорода.

Такой же механизм ионизации может иметь место для щелочных и щелочноземельных атомов. При этом оценка критического поля дает значение $\mathcal{E}_{cr} \sim n^{-2}(n - \Delta_\ell)^{-4}$ (Δ_ℓ - квантовый дефект), которое можно использовать для оценки величины поля, требуемого для стохастической ионизации щелочного атома из основного состояния. Так для $n = 6$, $n^* = n - \Delta_\ell = 1.5$ получаем $\mathcal{E}_{cr} \sim 3 \cdot 10^7$ в/см. Т.к. зависимость \mathcal{E}_{cr} от n^* является очень резкой, то пороговое значение поля для возбужденного состояния ($n^* = 2.5$) оказывается существенно меньше: $\mathcal{E}_{cr} \sim 3 \cdot 10^6$ в/см. Это позволяет качественно понять почему диффузионное возбуждение атома в экспериментах /80,81/ ($\mathcal{E} \approx 5 \cdot 10^6$ в/см) происходит не прямо из основного состояния, а только из возбужденного /71/.

Следует отметить, что условие диффузионного возбуждения атома определяется классической границей стохастической, а также квантовой границей устойчивости, и не связано с шириной спектра электромагнитного излучения $\Delta\omega$ /71/ (при условии, что $\Delta\omega \ll \Omega = n^3$). Действительно, из классического рассмотрения, применимого для высоковозбужденных уровней, следует, что в отсутствие перекрытия нелинейных резонансов и $\Delta\omega \ll \Omega$ скорость диффузионного возбуждения оказывается экспоненциально малой по параметру адиабатичности $\frac{\Delta\omega}{\Omega}$. При выполнении условий стохастической ионизации вероятность $W \gg \Delta\omega \sim n^{-5}$ ($\mathcal{E} \gg n^5$) и поэтому излучение с такой шириной спектра на времени τ можно считать монохроматическим. Из этого следует, что отсутствие двухзарядных ионов в экспериментах /81/ с $\omega = 14420 \text{ см}^{-1}$, $\Delta\omega = 0.1 \text{ см}^{-1}$ будет иметь место и при $\Delta\omega \approx 14 \text{ см}^{-1}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Показано, что во временной эволюции квантовых систем стохастических в классическом пределе можно выделить три временных масштаба T_r, T_d, T_w ($T_r \ll T_d \ll T_w$). Все статистические свойства классических стохастических систем сохраняются только на коротком интервале $T_r \propto \ln n_{ch}$, где n_{ch} - характерное квантовое число. Таким образом в квантовых системах имеет место только временная или переходная стохастичность. Масштаб $T_d \propto n_{ch}$ определяется дискретностью спектра движения квантовых систем. При $t \leq T_d$ движение системы характеризуется квазиклассической диффузией. Вместе с тем, некоторые слабые статистические свойства в нестационарных СКС (например, непрерывная компонента в спектре корреляций) сохраняются на существенно большем масштабе T_w когда уже имеет место квантовое ограничение диффузии.

2. Получено, что КС-энтропия h в СКС равна нулю, а квантовые корреляции в отличие от классических не затухают экспоненциально со временем. Вследствие того, что $h = 0$, динамика СКС является значительно более устойчивой, чем в классических стохастических системах.

3. На основе результатов В.П.Маслова показано, что квазиклассическое приближение для СКС применимо в течение большого временного интервала $t_0 \propto n_{ch}$. Предложен метод определения времени $t_0 \leq T_d$, основанный на вычислении квантовых поправок к квазиклассическому разложению для волновой функции.

4. На основе исследований, проведенных для простых моделей СКС, выдвинута гипотеза о том, что в квантовых системах - одномерных с квазипериодическим возмущением и N -мерных ($N \geq 2$) с периодическим или квазипериодическим возмущением - диффузионный

интервал t^* либо экспоненциально быстро увеличивается при превышении квантовой границы устойчивости, либо вообще оказывается неограниченным. Внутри этого интервала ($t \leq t^*$) энергия системы растет диффузионно со временем с коэффициентом диффузии близким к классическому. Условием такого диффузионного возбуждения является выполнение классического критерия стохастичности и превышение квантовой границы устойчивости для возмущения. На основе этой гипотезы получены условия стохастической ионизации атома водорода из низковозбужденного состояния в поле электромагнитной волны.

5. Аналитически и численно исследован своеобразный тип движения, названный квантовым резонансом и не имеющий аналога в классической системе.

6. Получены условия стохастизации движения электрона в высоковозбужденном атоме водорода в поле низкочастотной ($\omega \ll \Omega = \pi^{-3}$) линейно-поляризованной электромагнитной волны. Проведено исследование спектра излучения в области стохастичности.

Л и т е р а т у р а :

1. Arnold V.I., Avez A. Ergodic problems of classical mechanics. - New York: Benjamin, 1968.-286 p.
2. Корнфельд И.П., Синай Я.Г., Фомин С.В. Эргодическая теория. - М.: Наука, 1980. - 384 с.
3. Чириков Б.В. Исследование по теории нелинейного резонанса и стохастичности. - Новосибирск, 1969 - 314 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П. 267).
4. Заславский Г.М. Статистическая необратимость в нелинейных системах. - М.: Наука, 1970. - 144 с.
5. Ford J. The statistical mechanics of classical analytic dynamics. - In: Fundamental problems in statistical mechanics, Amsterdam, North Holland Publ. Co., 1975, v.3, p. 215-255.
6. Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems. - Phys. Reports, 1979, v.52, N°5, p. 263-380.
7. Чириков Б.В. Природа статистических законов классической механики. - Новосибирск, 1978. - 15 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П.78-66).
8. Летохов В.С., Макаров А.А. Многоатомные молекулы в сильном инфракрасном поле - УФН, 1981, т.134, № 1, с.45-91.
9. Делоне Н.Б., Крайнов В.П. Атом в сильном световом поле. - М.: Атомиздат, 1978. - 288 с.
10. Berman G.P., Zaslavsky G.M. Theory of quantum nonlinear resonance. - Phys. Lett. A, v.61, N°5, p.295-296.

- II. Кузьмин М.В., Сазонов В.Н. К теории раскачки квантового нелинейного осциллятора гармонической силой - ЖЭТФ, 1977, т.73, № 2 (8), с.422-429.
- I2. Соколов В.В. Нелинейный резонанс квантового осциллятора. - Новосибирск, 1978. - 24 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П.78-50).
- I3. Манаков Н.Л., Рапопорт Л.П., Файнштейн А.Г. Квазиэнергетические состояния плоского ротатора в поле циркулярно-поляризованной волны. - ТМФ, 1977, т.30, № 3, с.395-407.
- I4. Шуряк Э.В. Нелинейный резонанс в квантовых системах - ЖЭТФ, 1976, т.71, № 6 (I2), с.2039-2056.
- I5. Меерсон Б.И., Окс Е.А., Сасоров П.В. Стохастическая неустойчивость осциллятора и ионизация высоковозбужденных атомов под действием электромагнитного излучения - Письма в ЖЭТФ, 1979, т.29, № I, с.79-82.
- I6. Rice S.A. Internal energy transfer in isolated molecules: ergodic and nonergodic behavior. - In: Advances in laser chemistry, Springer series in chemical physics, Berlin, Springer, 1978, v.3, p.2-42.
- I7. Lebowitz J.L., Penrose O. Modern ergodic theory. - Physics Today, 1973, №2, p.23-29.
- I8. Заславский Г.М. Статистика энергетического спектра - УФН, 1979, т.I29, № 2, с.2II-238.
- I9. Percival I.C. Regular and irregular spectra in Molecules.- In: Lecture Notes in Physics, Berlin, Springer, 1979, v.93, p.259-282.

20. Berry M.V. Quantizing a classically ergodic system: Sinai's billiard and the KKR method. - Ann. Phys., 1981, v.131, N°1, p.163-216.
21. Berry M.V., Balazs N.L., Tabor M., Voros A. Quantum Maps. - Ann. Phys., 1979, v.122, N°1, p.26-63.
22. Шнирельман А.И. Эргодические свойства собственных функций - УМН, 1974, т.29, № 6, с.181-182.
23. Nordholm K.S., Rice S.A. Quantum ergodicity and vibrational relaxation in isolated molecules. - J.Chem.Phys., 1974, v.61, N°1, p.203-223.
24. Wigner E.P. On a class of analytic functions from the quantum theory of collisions. - Ann. Math., 1951, v.53, N°1, p. 36-67; Characteristic vectors of bordered matrices with infinite dimensions. - Ann. Math., 1955, v.62, N°3, p. 548-564; Characteristic vectors of bordered matrices with infinite dimensions II. - Ann. Math., 1957, v.65, N°2, p. 203-208; On the distribution of the roots of certain symmetric matrices, 1958, v.67, N°2, p. 325-327.
25. Ландау Л.Д., Смородинский Я.А. Лекции по теории атомного ядра . - М. - Л.: Гостехиздат, 1955 - с.93.

26. Дайсон Ф. Статистическая теория энергетических уровней сложных систем. - М.: ИЛ, 1963. - 124 с.
27. Molčanov S.A. The local structure of the spectrum of the one-dimensional Schrödinger operator. - Commun. Math. Phys., 1981, v.78, N°3, p.429-446.
28. Малкин В.М. Распределение расстояний между уровнями энергии частицы в одномерном случайном поле. - Новосибирск, 1981. - 18 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П. 81-49).
29. Гуревич И.И., Певзнер М.И. "Отталкивание" ядерных уровней - ЖЭТФ, 1956, т.31, № 1 (7), с.162-164.
30. Statistical theories of spectra: fluctuations. Ed. C.E.Porter. - New York and London: Academic Press, 1965, 576 p.
31. McDonald S.W., Kaufman A.N. Spectrum and eigenfunctions for a Hamiltonian with stochastic trajectories. - Phys. Rev.Lett., 1979, v.42, N°18, p.1189-1191.
32. Casati G., Valz-Gris F., Guarneri I. On the connection between quantization of nonintegrable systems and statistical theory of spectra. - Lettere at Nuovo Cimento, 1980, v.28, N°8, p.279-282.
33. Пухов Н.М., Чернавский Д.С. О неустойчивости фазы при рассеянии на случайном потенциале. - ТМФ, 1971, т.7, № 2, с.219-229.
34. Connes A., Stormer E. Entropy for automorphisms of II_1 von Neumann algebras. - Acta. Math., 1975, v.134, N°3-4, p.289-306.
35. Srinivas M.D. Quantum generalization of Kolmogorov entropy.- J.Math.Phys., 1978, v.19, N°9, p.1952-1961.

36. Berman G.P., Zaslavsky G.M. Condition of stochasticity in quantum nonlinear systems. - *Physica A*, 1978, v.91, N°3+4, p. 450-460; 1979, v.97, N°3, p.367-379.
37. Заславский Г.М. Стохастичность в квантовых системах. - Красноярск, 1980. - 48 с. (Препринт / Институт физики: П. I44Ф); - 54 с. (Препринт / Институт физики: П. I45Ф).
38. Берман Г.П., Заславский Г.М., Коловский А.Р. Взаимодействие квантовых нелинейных резонансов - *ЖЭТФ*, 1981, т.81, № 2 (8), с.506-516.
39. Weissman Y., Jortner J. Dephasing maps for quantum stochastic systems. - *Phys.Lett. A*, 1981, v.82, N°2, p.55-58.
40. Chirikov B.V., Izrailev F.M., Shepelyansky D.L. Dynamical stochasticity in classical and quantum mechanics. - *Soviet Scientific Reviews*, 1981, v.2, N°1, p. 181-247.
41. Крылов Н.С. Работы по обоснованию статистической физики. - М.: АН СССР, 1950. - 207 с.
42. Bocchieri P., Loinger A. Quantum recurrence theorem. - *Phys.Rev.*, 1957, v.107, N°2, p.337-338.
43. Percival I.C. Almost periodicity and the quantal H theorem. - *J.Math.Phys.*, 1961, v.2, N°2, p.235-239.
44. Kozloff R., Rice S.A. The influence of quantization on the onset of chaos in Hamiltonian systems: the Kolmogo-

- rov entropy interpretation. - J.Chem.Phys., 1981, v.74, N°2, p.1340-1349.
45. Соколов В.В., Хейфец С.А. О квантовых поправках к стохастическому движению в нелинейном осцилляторе. - Новосибирск, 1980. - 26 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П. 80-133).
46. Шепелянский Д.Л. Квазиклассическое приближение для стохастических квантовых систем. - Новосибирск, 1980. - 45с. (Препринт / Институт ядерной физики: П. 80-132); - ДАН СССР, 1981, т.256, № 3, с.586-590.
47. Шепелянский Д.Л. О динамической стохастичности в нелинейных квантовых системах. - Новосибирск, 1980. - 9 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П. 80-157); ТМФ, 1981, т.49, № 1, с.117-121.
48. Берман Г.П., Заславский Г.М. Квантовые отображения и проблема стохастичности в квантовых системах. - Красноярск, 1981. - 48 с. (Препринт / Институт физики: П.164Ф).
49. Израйлев Ф.М., Казати Дж., Форд Дж., Чириков Б.В. Стохастические колебания квантового маятника под действием периодического возмущения. - Новосибирск, 1978. - 27 с. (Препринт / Институт ядерной физики); - In: Lecture Notes in Physics, Berlin, Springer, 1979, v.93, p. 334-352.
50. Берман Г.П., Юмин А.М. Квазиклассическая теория возмущений для квантовых K-систем. - Красноярск, 1981, - 15 с. (Препринт - Институт физики: П. 160Ф).
51. Маслов В.П. Квазиклассическая асимптотика решений некоторых задач математической физики П. - ЖВММФ, 1961, т.1, № 4, с.638-663.

52. Маслов В.П., Федорук М.В. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. - М.: Наука, 1976. - 292 с.
53. Шепелянский Д.Л. Некоторые статистические свойства простых квантовых систем стохастических в классическом пределе. - Новосибирск, 1981. - 42 с. (Препринт / Институт ядерной физики: П.80-55).
54. Израйлев Ф.М., Шепелянский Д.Л. Квантовый резонанс для ротатора в нелинейном периодическом поле - ДАН СССР, 1979, т.249, № 5, с.1103-1107; ТМФ, 1980, т.43, № 3, с.417-428.
55. Шепелянский Д.Л. Стохастизация высоковозбужденного атома в поле низкочастотной электромагнитной волны - Оптика и спектроскопия, 1981, т.51, № 6, с.1124-1127.
56. Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. - М.: Наука, 1971. - 544 с.
57. Колмогоров А.Н. Новый метрический инвариант транзитивных динамических систем и автоморфизмов пространств Лебега. - ДАН СССР, 1958, т.119, № 5, с.861-864; Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов - ДАН СССР, 1959, т.124, № 4, с.754-755.
58. Синай Я.Г. Классические динамические системы со счетно-кратным лебеговским спектром. II - Изв. АН СССР, матем., 1966, т.30, № 1, с.15-68.
59. Brumer P., Shapiro M. Intramolecular dynamics: time evolution of superposition states in the regular and irregular spectrum. - Chem. Phys. Lett., 1980, v.72, №3, p.528-532.

60. Федорук М.В. Метод перевала. - М.: Наука, 1977. - с.120.
61. Rechester A.B., White R.B. Calculation of turbulent diffusion for the Chirikov-Taylor model. - Phys. Rev. Lett., 1980, v.44, N°24, p.1586-1589.
62. Каррузерс П., Ньето М. Переменные фаза-угол в квантовой механике. - В кн: Когерентные состояния в квантовой теории (под ред. В.И.Манько), М., Мир, 1972, с.71-146.
63. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов. - М.: Атомиздат, 1973. - с.352-354.
64. Берман Г.П., Заславский Г.М., Иомин А.М. Метод квазиклассической аппроксимации для S -числового проектирования в базисе когерентных состояний. - Красноярск, 1980, - 19 с. (Препринт / Институт физики: П. I39Ф).
65. Колмогоров А.Н. О сохранении условно периодических движений при малом изменении функции Гамильтона - ДАН СССР, 1954, т.98, № 4, с.527-530.
66. Арнольд В.И. Малые знаменатели и проблемы устойчивости движения в классической и небесной механике. - УМН, 1963, т.18, № 6, с.91-192.
67. Moser J. On the generalization of a theorem of A.Liapounoff. - Math. Rev., 1959, v.20, N°4, p. 415-416.
68. Акулин В.М., Карлов Н.В. О перераспределении колебательной энергии при лазерном возбуждении высоких колебательных уровней многоатомных молекул. - ЖЭТФ, 1980, т.79, № 6 (I2), с. 2104-2118.
69. Bayfield J.E., Koch P.M. Multiphoton ionization of highly excited hydrogen atoms. - Phys.Rev.Lett., 1974, v.33, N°5, p.258-261.

70. Bayfield J.E., Gardner L.D., Koch P.M. Observation of resonances in the microwave-stimulated multiphoton excitation and ionization of highly excited hydrogen atoms. - *Phys.Rev.Lett.*, 1977, v.39, N°2, p.76-79.
71. Делоне Н.Б., Зон Б.А., Крайнов В.П. и др. Диффузионный механизм ионизации высоковозбужденных атомов в переменном электромагнитном поле - *ЖЭТФ*, 1978, т.75, № 2 (6), с. 445-453; О механизме двухэлектронной многофотонной ионизации атомов - *Письма в ЖЭТФ*, 1979, т.30, № 5, с.260-262.
72. Leopold J.G., Percival I.C. Microwave ionization and excitation of rydberg atoms. - *Phys. Rev. Lett.*, 1978, v.41, N°14, p. 944-947.
73. Меерсон Б.И., Сасоров П.В. Высоковозбужденный атом в поле интенсивного низкочастотного электромагнитного излучения - *Оптика и спектроскопия*, 1980, т.48, № 5, с.833-837.
74. Blochinzew D. Zur theorie des starkeffektes im zeitveränderlichen feld. - *Phys.Z. der Sowjetunion*, B.4, N°3, s.501-515.
75. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Механика*. - М.: Наука, 1973. - с.196.
76. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*. - М.: Наука, 1974. - 335.
77. Бете Г., Солпитер Э. *Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами*. - М.: Физматгиз, 1960. - с.433.
78. Рапопорт Л.П., Зон Б.А., Манаков Н.Л. *Теория многофотонных процессов в атомах*. - М.: Атомиздат, 1978. - 182 с.

79. Jones D.A., Leopold J.G., Percival I.C. Ionization of highly excited atoms by electric fields IV. Frequency and amplitude dependence for linearly polarized fields. - J.Phys. B: Atom. Molec. Phys., 1980, v.13, N°1, p. 31-40.
80. Алексахин И.С., Делоне Н.Б., Запесочный И.П., Суран В.В. Наблюдение и исследование процесса двухэлектронной многофотонной ионизации атомов - ЖЭТФ, 1979, т.76, № 3, с.887-895.
81. Бондарь И.И., Запесочный И.П., Делоне Н.Б., Суран В.В. Частотная зависимость процесса двухэлектронной многофотонной ионизации атомов - Письма в ЖТФ, 1981, т.7, № 4, с. 243-247.