

# **И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

**препринт 329**

**Б.В.Чириков**

## **НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ОТДЕЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ В ГЕОМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ ВСЛЕДСТВИЕ СЛАБОЙ НЕАДИАБАТИЧНОСТИ**

**НОВОСИБИРСК**

**1969**

АКАДЕМИЯ НАУК СССР, СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Препринт

Б.В.Чириков

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ОТДЕЛЬНОЙ  
ЧАСТИЦЫ В ГЕОМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ ВСЛЕДСТВИЕ  
СЛАБОЙ НЕАДИАБАТИЧНОСТИ

Сообщение на Международном  
геофизическом съезде, Мадрид,  
1969 г.

Новосибирск

1969

В этом коротком сообщении я хотел бы привлечь ваше внимание к сравнительно мало известной неустойчивости многомерной гамильтоновой системы - так называемой диффузии Арнольда - и её влиянию на движение отдельной частицы в геомагнитной ловушке. Первый пример такой неустойчивости и её механизм были продемонстрированы Арнольдом /1/, теория неустойчивости дана в /2/.

Рассматриваемая неустойчивость связана с так называемыми резонансными поверхностями в фазовом пространстве частицы, которые определяются для данной задачи уравнением:

$$\rho \Omega_D + \eta \Omega + \ell \bar{\omega} = 0 \quad (1)$$

Здесь дрейфовая ( $\Omega_D$ ), продольная ( $\Omega$ ) <sup>лармеровская</sup> и средняя  $\bar{\omega}$  частоты зависят от канонических импульсов частицы ( $\Omega_D/\Omega \sim \Omega/\bar{\omega} \sim \varepsilon \ll 1$ );  $\varepsilon$  - малый параметр возмущения (адиабатичности, см. ниже (4)) ( $\rho, \eta, \ell$  - целые (номера гармоник)). При весьма общих условиях /2-4/ в окрестности сепаратрисы каждого нелинейного резонанса существует так называемый стохастический слой, идущий по обе стороны от резонансной поверхности (1) на расстоянии  $\sim \sqrt{\varepsilon_n} \sim \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-n/n_0}$  где обычно  $n = |q|$ , а  $n_0 \sim 1$  - параметр, зависящий от конфигурации магнитного поля /2/. Неустойчивость является результатом взаимодействия данного резонанса с остальными или, лучше сказать, влияния нерезонансных членов возмущения, которыми обычно пренебрегают. Арнольд /1/ и Алексеев /5/ доказали, что в стохастическом слое существуют траектории, идущие вдоль резонансной поверхности, и квази-случайные траектории. Это было подтверждено до известной степени в численных модельных экспериментах, описанных в /2/.

Качественная теория, развитая в /2/, приводит к следующей оценке для коэффициента диффузии Арнольда:

$$D_A \sim \bar{\omega} \mu^2 \varepsilon \beta^3 \exp\left(-\frac{2 e^{1/6 \varepsilon}}{(\beta \varepsilon)^{1/3}}\right) \quad (2)$$

Здесь  $\mu$  - магнитный момент частицы, а  $\beta^2 = \left( \frac{\Delta H}{H} \right)_{\varphi}$  - аксиальная асимметрия магнитного поля  $H$ . Эта асимметрия необходима для того, чтобы обеспечить пересечение различных резонансных поверхностей и соответствующих им стохастических слоёв. Пересечение многих резонансных поверхностей приводит (за счёт движения вдоль этих поверхностей) к диффузии частицы поперёк магнитного поля или в пробки геомагнитной ловушки. Картина пересечений ясна из геометрических соображений, если представить себе пересечение 2-мерных (в пространстве импульсов или частот) резонансных поверхностей (1) с одной из 2-мерных энергетических поверхностей. Аналогичное рассмотрение приводит к заключению, что в аксиально симметричном магнитном поле все, теперь уже только 2-частотные и одномерные, резонансные линии ( $q\Omega + \ell\omega = 0$ ) разделены друг от друга, так что диффузия Арнольда отсутствует. В последнем случае Арнольд [6] доказал так называемую вечную устойчивость движения частицы.

Вследствие двойной экспоненциальной зависимости коэффициента диффузии  $D_A$  от параметра адиабатичности  $\xi$  (2) существует довольно резкая граница неустойчивости:

$$\xi \approx 1/6 \approx 0.166 \quad (3)$$

за которой время диффузии становится космологического масштаба! Следуя работе [7], я определяю параметр адиабатичности как:

$$\xi = \frac{3}{2} \cdot \frac{v_{||}}{\omega} \sqrt{H''/H} \propto \sqrt{W} L^2 \quad (4)$$

Здесь  $v_{||}$  - продольная компонента скорости частицы, а  $H''$  - вторая пространственная производная магнитного поля вдоль силовой линии, причём в выражении (2) используется максимальное (в экваториальной плоскости) значение  $\xi$ . Последняя пропорциональность в (4) справедлива, если принять приближенно  $v_{||} \approx v$ , где  $W, v$  - энергия и полная скорость частицы, а  $L$  - обычный параметр магнитной поверхности, который, грубо говоря, равен расстоянию до центра Земли, из меренному в земных радиусах.

В рассматриваемом случае диффузия Арнольда приводит к некоторому уменьшению времени жизни частицы примерно на порядок [2]. Этот эффект, по-видимому, наблюдался в модельных эк-

спериментах с электронами в магнитной ловушке /8/. Аналогично можно ожидать падения интенсивности частиц (обрыв спектра) в геомагнитной ловушке при условиях, соответствующих границе неустойчивости (3).

Для предварительной проверки этой гипотезы я использовал данные из книги Тверского /9/, а именно, спектры частиц определенной энергии по параметру  $L$ . Зависимость критического значения  $\xi = \xi_c$  для протонов на обрыве спектра от энергии частиц представлена в таблице и на рисунке.

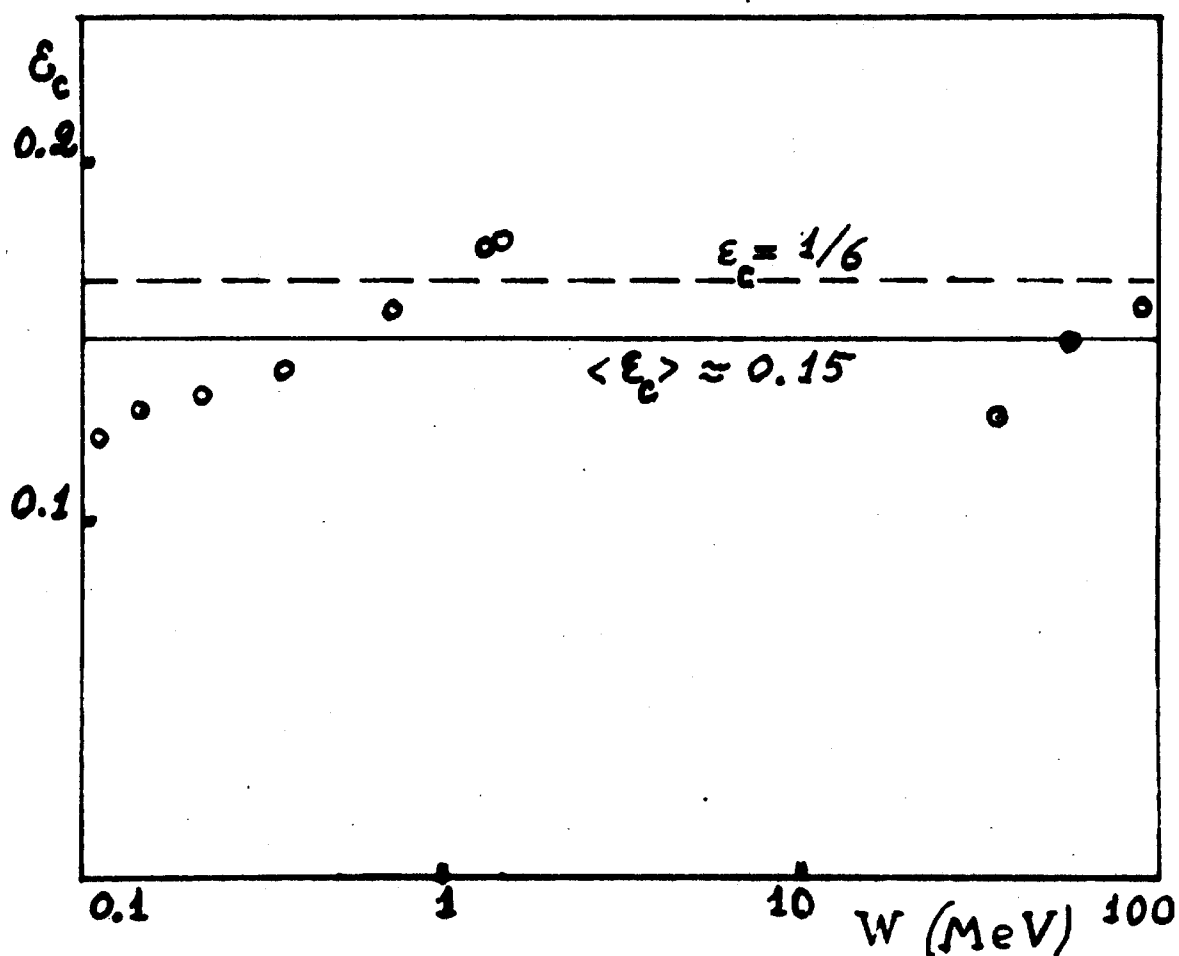
Таблица.

| Номер группы протонов | Средняя энергия протонов /Мэв/ | Обрыв спектра по $L$ | $\xi_c$ |
|-----------------------|--------------------------------|----------------------|---------|
| 1                     | 0.12                           | 6.0                  | 0.12    |
| 2                     | 0.15                           | 5.8                  | 0.13    |
| 3                     | 0.22                           | 5.4                  | 0.13    |
| 4                     | 0.38                           | 4.8                  | 0.14    |
| 5                     | 0.74                           | 4.3                  | 0.16    |
| 6                     | 1.3                            | 3.9                  | 0.18    |
| 7                     | 1.5                            | 3.8                  | 0.18    |
| 8                     | 38                             | 2.6                  | 0.13    |
| 9                     | 58                             | 2.5                  | 0.15    |
| 10                    | 90                             | 2.3                  | 0.16    |

Видно, что  $\xi_c$  изменяется меньше, чем в два раза по сравнению с 30-тикратным изменением величины  $\sqrt{W}$  (4) в интервале 0.1 - 100 Мэв. Еще более удивительной особенностью представленных данных является абсолютное значение  $\xi_c$  (среднее  $\langle \xi_c \rangle \approx 0.15$ ), которое весьма близко к ожидаемому значению (3). Изменение  $\xi_c$  с энергией (и с  $L$ ) обнаруживает, по-видимому, некоторые закономерности, однако, их обсуждение представляется в настоящее время преждевременным. Представленные выше результаты показывают только, что диффузия Ар -

нольда может играть некоторую роль в структуре протонного пояса и заслуживает, по моему мнению, более аккуратного сравнения с последними экспериментальными данными. Что же касается электронного пояса, то максимальное экспериментальное значение  $\xi_c \approx 0.008$  слишком мало, чтобы диффузия Арнольда могла играть какую-либо роль (см. впрочем /11/).

Насколько мне известно, первая попытка использования критерия неадиабатичности для объяснения структуры радиационного пояса Земли была предпринята Зингером /10/. Вслед за тем Плетнев /11/ предположил, что адиабатичность магнитного момента может нарушаться под действием короткопериодических вариаций магнитного поля. Однако в тот момент невозможно было определить границу адиабатичности количественно из-за отсутствия теории. Настоящую работу следует рассматривать как попытку развития этого направления.



## Л и т е р а т у р а

1. В.И.Арнольд, ДАН, 156, 9 (1964).
2. Б.В.Чириков, Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности, 1969.
3. H.Poincare, Les methodes nouvelles de la mecanique celeste, 1899.
4. В.К.Мельников, ДАН, 139, 31 (1961).
5. В.М.Алексеев, ДАН, 177, 495 (1967).
6. В.И.Арнольд, УМН, ХУШ, вып.6 (114), 90 (1963).
7. R.Hastie, G.Hobbs, J.Taylor, Fusion III, C-6, 1963.
8. А.Н.Дубинина, Л.С.Красицкая, Письма ЖЭТФ, 5, 230 (1967);  
А.Н.Дубинина, Ю.Н.Юдин, ЖЭТФ, 53, 1206 (1967);  
В.Г.Пономаренко, Л.Я.Трайнин, В.И.Юрченко, А.Н.Яснецкий, ЖЭТФ, 55, 3 (1968).
9. Б.А.Тверской, Динамика радиационных поясов Земли, 1968.
10. S.F.Singer, Phys.Rev.Lett., 3, 188 (1959).
11. В.Д.Плетнев, Изв. АН, геофиз., 11, 1671 (1960).