

И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

И Я Ф 64 - 72

В.А.Таюрский, Б.В.Чириков, В.Ф.Шмаков

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО ПОЗИТРОННОГО КОНВЕРТЕРА МЕТОДОМ МОНТЕ - КАРЛО

2. КОНВЕРТЕР В ФОРМЕ ПЛАСТИНЫ

Новосибирск

1972

B.V.CHIRIKOV, V.F.SHMAKOV, V.A.TAJURSKY.

Monte-Carlo Computation of Optimal Positron
Converter

2. Plate-shape Converter

Optimal conversion means maximal positron yield in a given storage ring acceptance per incident electron. The optimal thickness of a tungsten target as well as the matching conditions have been computed for 450 Mev electrons by means of Monte-Carlo simulation of the electron-photon cascade in a medium. A simple analytical theory of the cascade is presented which give reasonably good estimates for optimal conversion.

§ 1. Введение

В работе описаны расчеты электронно-фотонного каскада в пластине методом Монте-Карло. Целью расчетов является выбор оптимальных условий конверсии электронов в позитроны с последующим захватом их в накопитель. При этом в настоящей работе мы ограничиваемся геометрией конвертера в форме достаточно широкой пластины конечной толщины, расположенной перпендикулярно первичному пучку электронов. Под оптимальной конверсией понимается получение максимального числа позитронов в заданном фазовом объеме, определяемом конструкцией накопителя, на один падающий электрон. При создании оптимальной системы для получения позитронов, должны быть выполнены определенные условия, задающие, с одной стороны, мишень конвертера, с другой - систему захвата позитронов в накопитель.

Конверсия электронов в позитроны происходит благодаря развитию электронно-фотонной лавины в веществе. Электроны, попадая в вещество, испускают тормозные гамма-кванты, рождающие, в свою очередь, электронно-позитронные пары на ядрах вещества. Образуется лавина, пространственное распределение которой определяется многократным кулоновским рассеянием, а затухание - ионизационными потерями. Небольшая часть полного числа позитронов лавины выходит из мишени, и некоторая доля её может быть захвачена в накопитель. Расчет каскадов проводился с помощью программы /1/. Эта программа с хорошей точностью моделирует развитие электронно-фотонных каскадов в тяжелом веществе. Результаты вычислений согласуются с другими монте-карловскими расчетами ливней. Программа вычисляет также захват позитронов определенной энергии, вышедших из мишени, в заданный фазовый объем. Число захваченных позитронов и определяет эффективность конвертера.

§ 2. Вычисление эффективности захвата позитронов в накопитель

Для вычисления эффективности захвата позитронов в накопитель нужно знать некоторые характеристики каскада. Величина и положение максимума каскадной кривой наиболее просто вычисляются в приближении А теории ливней. В этом приближении берутся асимптотические сечения тормозного излучения и парообразования, и пренебрегается ионизационными потерями, комптон-эффектом и

многократным рассеянием. Для вторичных частиц с $\gamma > \gamma_m$ имеем /2/:

$$t_m = a \cdot \ln(\gamma_0/\gamma_m) ; \quad a = 1.01$$

$$N_m = \frac{8}{\sqrt{t_m}} \cdot \gamma_0/\gamma_m ; \quad \delta = 0.137 \quad (2.1)$$

$$\gamma = E/mc^2$$

- положение и величина максимума каскадной кривой. В максимуме основная часть частиц обладает энергией $\gamma \sim \gamma_m$. t здесь и далее измеряется в радиационных длинах. Учесть зависимость сечения па- рообразования от энергии для $\gamma_0 = 10^2 - 10^3$ можно, положив в (2.1) $a = 1.3$, $b = 0.08$ /2/. Энергия первичной частицы, вследствие радиационного торможения, уменьшается с глубиной: $\gamma = \gamma_0 \cdot e^{-t}$. Законом радиационного торможения можно воспользоваться для вычисления $\overline{\theta^2}(\gamma)$ в каскаде. Угловое и пространственное распределение частиц в ливне в тяжелом веществе связано, в основном, с многократным кулоновским рассеянием. Рассеяние приближенно описывается /3/:

$$\frac{d\overline{\theta^2}}{dt} = \left(\gamma_s/\gamma \right)^2 , \quad \gamma_s = 35 \quad (2.2)$$

где $\overline{\theta^2} \ll 1$ - средний квадрат пространственного угла рассеяния, а распределение по углам, при данной энергии, считается гауссовым. С помощью закона радиационного торможения получим:

$$\overline{\theta^2}(\gamma) = \theta_0^2 \left(\gamma_s/\gamma \right)^2 , \quad \theta_0^2 = 1/2 . \quad (2.3)$$

Из /2,3/ видно, что γ_s играет роль критической энергии по отношению к рассеянию. γ_s практически не зависит от Z /2/. Сравним γ_s с критической энергией $\beta \approx 1200 \text{ м.э.}/Z$ (энергией, при которой становятся существенными ионизационные потери):

$$\gamma_s/\beta \approx Z/35 \quad (2.4)$$

Это показывает, что в лёгком конвертере ($Z \ll 35$) можно, в первом приближении, пренебречь рассеянием, а в тяжелом ($Z \gg 35$), наоборот, рассеяние будет играть определяющую роль в низкоэнергетической части спектра каскадных частиц. Формула (2.3) даёт угловое распределение частиц в пучке и на выходе из конвертера. Вычислим средний квадрат поперечного размера пучка позитронов на выходе из конвертера. Перейдем к проекции рассеяния на какую-нибудь плоскость (например, x, z ; z - ось пучка). Ограничиваясь малыми углами рассеяния ($\theta \ll 1$), можем написать:

$$\begin{aligned} x &= \int_0^t \theta_x(t) dt ; \quad \overline{x^2} = \int_0^t \int_0^t \overline{\theta_x(t) \cdot \theta_x(t')} dt dt' = \\ &= \int_0^t d\tau \int_0^{t-\tau} \overline{\theta_x(t) \cdot \theta_x(t+\tau)} dt = \int_0^t d\tau \int_0^{t-\tau} \overline{\theta_x^2(t)} dt , \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\tau = t' - t$ и использовано соотношение:

$$\begin{aligned} \overline{\theta(t) \cdot \theta(t+\tau)} &= \overline{\theta^2(t)} , \quad \text{т.к.} \quad \theta(t+\tau) \approx \\ &\approx \theta(t) + \tau \cdot \theta'(t) \quad \text{и} \quad \overline{\theta \cdot \tau \theta'_t} = 0 . \end{aligned}$$

Применяя закон среднего радиационного торможения, получаем:

$$\overline{x^2} = \frac{t_0^2}{4} \left(\gamma_s / \gamma \right)^2 ; \quad t_0^2 = 1/2 . \quad (2.6)$$

Отношение пространственного и углового рассеяния частиц в лавине:

$$\overline{x^2} / \overline{\theta_x^2} = t_0^2 = 1/2 , \quad \text{т.к.} \quad \overline{\theta_x^2} = \frac{1}{2} \overline{\theta^2} \quad (2.7)$$

Аналогичным образом можно найти корреляцию:

$$\begin{aligned} \overline{x \theta_x} &= \int_0^t \overline{\theta_x(t) \cdot \theta_x(t')} dt' = \\ &= \int_0^t \overline{\theta_x^2(t')} dt' \end{aligned} \quad (2.8)$$

что даёт:

$$\overline{x \cdot \theta_x} = 1/8 \left(\gamma_s / \gamma \right)^2 = t_1 \overline{\theta_x^2}; \quad t_1 = 1/2.$$

Вычислим, наконец, среднеквадратичный поперечный фазовый объем пучка (для частиц определенной энергии). Построим мнимое изображение пучка в некоторой плоскости, $Z \approx Z_0$, такой чтобы

$X_0 \theta_x \approx 0$ (это плоскость, с которой в среднем приходят позитроны, вылетающие из конвертора). Т.к. $X = X_0 + (Z_m - Z_0) \theta_x$, то смещение плоскости относительно конца конвертора ($Z = Z_m$) есть:

$$Z_m - Z_0 = \frac{\overline{x \theta_x}}{\overline{\theta_x^2}} = t_1 = 1/2 \quad (2.9)$$

В плоскости Z_0 распределение по X_0 , θ_x независимо, так что полуоси эллипса рассеяния равны:

$$\sqrt{\overline{X_0^2}}, \quad \sqrt{\overline{\theta_x^2}},$$

Средне-квадратичный фазовый объем (Φ_+) определим соотношением:

$$\begin{aligned} \Phi_+^2 &= \overline{X_0^2} \cdot \overline{\theta_x^2} = \overline{\left(x - \frac{x \cdot \theta_x}{\overline{\theta_x^2}} \cdot \theta_x \right)^2 \cdot \overline{\theta_x^2}} = \\ &= \overline{x^2 \theta_x^2} - \left(\overline{x \cdot \theta} \right)^2 = (t_0^2 - t_1^2) \overline{\theta_x^2} = 1/64 \cdot \left(\gamma_s / \gamma \right)^4. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Отношение полуосей эллипса рассеяния, существенное для согласования пучка позитронов с приёмником (накопителем), равно:

$$\beta_+ = \sqrt{\frac{\overline{X_0^2}}{\overline{\theta_x^2}}} = \frac{\Phi_+}{\overline{\theta_x^2}} = \sqrt{t_0^2 - t_1^2} = 1/2. \quad (2.11)$$

Выведенные для $\overline{\theta_x^2}$, $\overline{X^2}$, Φ_+ , β_+ формулы, получены при довольно грубых предположениях. На самом деле, как показывают монте-карловские расчеты, коэффициенты $\overline{\theta_0^2}$, t_0^2 , t_1 в формулах

(2.2, 2.6, 2.8) растут с увеличением энергии и толщины конвертора. Однако, их величины в максимуме лавины достаточно хорошо согласуются с расчетными значениями (при $E_0 = 450 \text{ МэВ}$). Более accurate вычисления угловых и пространственных моментов имеются в работах по каскадной теории (см., например, /2/). Тем не менее, они согласуются с монте-карловскими данными не лучше, чем (2.2), (2.6), (2.8).

Перейдем к вычислению эффективности захвата позитронов в накопитель. Характерной особенностью накопителя является узкий интервал, в котором находится энергия частицы:

$\delta = \frac{\Delta \delta_+}{\delta_+} \ll 1$. Поэтому, распределение позитронов, в пределах этого интервала можно считать гауссовым с параметрами

$\overline{\theta_x^2}, \overline{x_0^2}$ (в плоскости $z = z_0$):

$$\frac{dN}{d\theta_x dx} = \frac{1}{2\pi\phi_+} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{\theta_x^2}{\overline{\theta_x^2}}\right)\right). \quad (2.12)$$

Обычно можно считать, что, вследствие бетатронных колебаний, фазовый объем накопителя имеет форму эллипса. Пусть x_1 и θ_1 - полуоси эллипса. При заданном фазовом объеме приемника $\phi_1 = x_1 \cdot \theta_1$, коэффициент захвата (α_1) максимален при условии согласования пучка с приемником:

$$\beta_x = \beta_+ , \quad x_1^2 / \overline{x_0^2} = \overline{\theta_1^2} / \overline{\theta_x^2} \quad (2.13)$$

и равен:

$$\alpha_1 = \int_0^{\sqrt{\phi_1/\phi_+}} e^{-r^2/2} r dr = 1 - e^{-\phi_1/2\phi_+}. \quad (2.14)$$

При захвате в накопитель α_1 можно считать постоянным для вертикальной плоскости. В горизонтальной плоскости, однако, фа-

зовый объем существенно зависит от энергии. Это связано с тем, что отклонение энергии частицы от равновесной приводит к изменению её радиуса вращения в накопителе. В результате, амплитуда радиальных бетатронных колебаний уменьшается. Поэтому величина горизонтального фазового объема дается выражением:

$$\phi_2(\gamma_+) = \phi_m \cdot u^2 ; \quad u = 1 - 2 \left| \frac{\gamma_+ - \bar{\gamma}_+}{\Delta \gamma_+} \right| \quad (2.15)$$

где $\bar{\gamma}_+$, $\Delta \gamma_+$ — среднее значение и интервал энергии захвата, соответственно. $\phi_m = \phi_2(\bar{\gamma}_+)$ — максимальный фазовый объем.

Оптимальные условия захвата достигаются при согласовании ϕ_1 , $\phi_2(\gamma_+)$ при каждой энергии:

$$\phi_1' = \phi_2'(\gamma_+) = \phi_0(\gamma_+) = \sqrt{\phi_1 \cdot \phi_2(\gamma_+)} = \phi_0 \cdot u \quad (2.16)$$

Примем, что распределение частиц в интервале энергии, и, следовательно, по u . Полный коэффициент захвата в этом случае равен:

$$\alpha_m = \int_0^1 du \left(1 - e^{-\frac{\lambda u}{2}} \right) = 1 - \frac{(2 - e^{-\lambda/2})^2 - 1}{\lambda} \quad (2.17)$$

$$\lambda = \phi_0 / \phi_+ = \sqrt{\phi_1 \cdot \phi_m} / \phi_+$$

В отсутствии согласования средний (по γ_+) коэффициент захвата в горизонтальной плоскости равен:

$$\bar{\alpha}_2 = \int_0^1 du \left(1 - e^{-\frac{\phi_m u^2}{2 \phi_+}} \right) = 1 - \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\phi_+}{\phi_m}} \cdot \phi \left(\sqrt{\frac{\phi_m}{\phi_+}} \right) \quad (2.18)$$

где $\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$ — интеграл вероятности.

Полный коэффициент захвата в этом случае равен:

$$\alpha = \left(1 - e^{-\frac{\phi_1}{2\phi_+}}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\phi_+}{\phi_m}} \cdot \phi\left(\sqrt{\frac{\phi_m}{\phi_+}}\right)\right). \quad (2.19)$$

Идеальное согласование (2.16), по-видимому, очень трудно осуществить технически. К счастью, оказывается, что при не слишком больших отношениях $m = \phi_m/\phi_1$, выигрыш от такого согласования относительно небольшой. Так например, при $m = 10$ раз-
ница не превышает 24%.

Если мы интересуемся относительно большими $\alpha_m > 0,5$, то с хорошей степенью точности можно принять:

$$\alpha_m = 1 - 3 \cdot \phi_+ / \phi_0. \quad (2.20)$$

§ 3. Оценки оптимальной конверсии в пластине

Для получения оценки оптимальной конверсии в пластине используем спектр каскада в приближении А с поправками. Следует заметить, что формулы (2.1) применимы при весьма высокой энергии ($\gamma \sim 10^6$) /4/. Поэтому выражение для числа захваченных позитронов будет представлять лишь оценку. Приняв, что позитроны составляют половину от числа вторичных частиц, а коэффициент захвата максимален (2.20), найдем для числа захваченных позитронов на один падающий электрон:

$$N_+ = \frac{0.042}{\sqrt{t_m}} \cdot \frac{\gamma_0^3}{\gamma} \left(1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{\gamma_s^2}{\phi_0 \gamma^2}\right); \quad t_m = \ell_m \gamma_0 / \gamma. \quad (3.1)$$

Максимальное значение N_+ достигается, если:

$$\gamma = \gamma_m = \gamma_s / \sqrt{\phi_0} \quad (3.2)$$

При этом коэффициент захвата равен $\alpha_{\text{онт}} = 2/3$, а число захваченных позитронов:

$$N_+ \approx \frac{0.03}{\sqrt{t_m}} \cdot \frac{\gamma_0 \cdot 3}{\gamma_s} \sqrt{\Phi_0}; \quad t_m = \ln \frac{\gamma_0 \sqrt{\Phi_0}}{\gamma_s} \quad (3.3)$$

§ 4. Монте-карловский расчет оптимальных условий конверсии

В рассматриваемом варианте конверсии считалось, что пучок начальных электронов имеет энергию $E_0 = 450$ Мэв. Это энергия электронов получаемых на синхротроне Б-4, который является одним из возможных инжекторов для электрон-позитронного накопителя ВЭПП-3 ИЯФ СО АН СССР [5]. В качестве материала мишени рассматривался вольфрам. Выбор вольфрама обусловлен тем, что для него радиационная длина минимальна (0,35см) и, вследствие этого, мало поперечное расширение пучка на выходе из конвертера.

Можно ожидать, что максимальный выход позитронов из мишени находится вблизи максимума каскадной кривой по позитронам, так как обратный ток при интересующих нас энергиях ($E_+ > 10$ Мэв) практически отсутствует. Каскадная кривая, то есть число позитронов с энергией больше некоторой ($N_+(E > E_{\text{мин}}, t)$) в зависимости от глубины мишени, на один падающий электрон, изображена на рис.1. Из рисунка видно, что кривая имеет широкий максимум при толщине 2-3 радиационных длины. Минимальная энергия частиц в ливне - 10 Мэв. Так как накопитель рассчитан на захват частиц из определенного интервала энергий, то нас, вообще говоря, интересует максимум каскадной кривой для таких частиц, т.е.

$N_{+\text{max}}(E_1 < E < E_2)$. Кроме того оптимальная конверсия, с учетом захвата в заданный фазовый объем определяется также и фазовым объемом позитронов нужной энергии. Таким образом, при заданной начальной энергии нужно найти оптимальную толщину мишени и оптимальную энергию позитронов.

В расчетах вертикальный фазовый объем принимался равным

$\Phi_v = 0.078$ рад.длх рад., а горизонтальный: $\Phi_m = 0.78$ рад.длх рад. Отсюда, при полном согласовании, $(\Phi_0)_m = 0.25$ рад. рад. - максимальный фазовый объем по одной координате.

В расчетах считалось, что при высоких энергиях фазовый объем приемника уменьшается:

$$\Phi_0 = \begin{cases} (\Phi_0)_m & , E_+ \leq 22.5 \text{ МэВ} \\ (\Phi_0)_m \cdot \sqrt{\frac{22.5}{E_+}} & , E_+ > 22.5 \text{ МэВ} \end{cases} \quad (4.1)$$

Это уменьшение фазового объема с увеличением энергии позитронов связано со схемой конверсии. Предполагалось, что начальный пучок электронов выпускается из Б-4в ВЭПП-3, накапливается, затем выводится из ВЭПП-3 на конвертер, полученные позитроны захватываются в Б-4, ускоряются и вводятся в ВЭПП-3. При большой энергии позитронов доускорение до энергии инжекции в ВЭПП-3 меньше, чем при низкой. В результате, уменьшение поперечного фазового объема позитронов высокой энергии оказывается недостаточным для того, чтобы они полностью захватывались в ВЭПП-3. Данные расчетов конвертера в форме пластины приведены в таблице 1. Для различных энергий и различных толщин конвертера дается полное число выходящих из конвертера позитронов α_0 в небольшом интервале энергий ΔE , и число позитронов из этого интервала N_+ , захватываемых в фазовый объем /4.1/. В расчетах энергетический интервал ΔE принимался равным: $\Delta E = 0.29 \cdot \langle E \rangle$, где $\langle E \rangle$ — средняя энергия позитронов из интервала. Значения $\langle E \rangle$ приводятся в верхней строке таблицы. Величина N_+ определялась как $N_+ = \alpha_0 \cdot \alpha_m$, где α_m вычислялось по формуле /2.17/. Все величины рассчитаны на один начальный электрон. Ошибки приведенных в таблице величин не превышают 10%.

§ 5. Обсуждение

Из таблицы следует, что максимальное число захватываемых позитронов находится около $Z = 2$. Это число примерно постоянно в широком интервале энергий 20–60 МэВ и равно $N_+ \approx 0.24$ на 100% $\Delta p/p$. По данным таблицы для $Z = 2$ на рис.2 построен график зависимости числа захватываемых позитронов от их энергии, а также приведены полное число выходящих позитронов и число захватываемых позитронов по оценкам:

- 1 — число выходящих из мишени позитронов на 100% $\Delta p/p$.
- 2 — число захватываемых в Φ_0 позитронов на 100% $\Delta p/p$.
- 3 — число захватываемых позитронов, в соответствии с /3.1/,

Как следует из расчетов, число позитронов низкой энергии /10-20 Мэв/, выходящих из мишени довольно велико, однако в этой области наблюдается резкое уменьшение коэффициента захвата, связанное с большой величиной фазового объема низкоэнергетических позитронов. При высоких энергиях кривые 1 и 2 сближаются. Фазовый объем позитронов при этих энергиях становится значительно меньше Φ_0 .

Кривая 3 построена по формуле /3.1/ для энергии $E_+ > 30$ Мэв. При $E_+ < 30$ Мэв формула /3.1/ не применима, так как оказывается неверным выражение /2.20/, справедливое при $\lambda \gg 1$. Поэтому для $E_+ < 30$ Мэв число захватываемых позитронов вычислялось с помощью /2.1/ и /2.17/. Расчеты позволяют определить глубину мишени, с которой в среднем приходят позитроны, вылетающие из конвертора. Она слабо зависит от энергии позитронов и равна $z = 1,6 - 1,7$ р.д. (толщина мишени $z = 2$). Фокус собирающей системы должен быть помещен в эту плоскость.

Оптимальный коэффициент захвата в фазовый объем $\Phi_1 = 0.078$ и $\Phi_m = 0.78$, вычисленный по формуле /2.18/ (α) меньше α_m , так как отсутствует полное согласование. В случае $z = 2$ р.д., $E_+ = 20-60$ Мэв, расчеты дают для числа захваченных позитронов:

$$N_+ = \alpha_0 \cdot \alpha = 0.21 \text{ на } 100\% \Delta p/p.$$

Результаты вычислений, которые приведены выше, относятся к одному из вариантов конверсии, как в отношении схемы, так и в отношении энергии электронов. Однако, если энергия начального пучка не сильно отличается от рассматриваемой здесь (450 Мэв), то число захватываемых позитронов можно вычислить по имеющимся данным. Как это следует из /3.1/, оно растет примерно пропорционально энергии электронов (при том же фазовом объеме приемника и энергии E_+).

В заключение, авторы выражают глубокую благодарность Т.А.Всеволожской, Е.А.Переведенцеву и А.Н.Скринскому за обсуждение вопросов, связанных с работой.

Таблица 1

$\langle E \rangle$ Z	10	12	17	22	29	39	53	69	91	124	
1	d_0	0.14	0.17	0.21	0.17	0.20	0.17	0.17	0.15	0.13	0.10
	N_4	0.08	0.12	0.16	0.15	0.17	0.16	0.14	0.18	0.09	
2	d_0	0.34	0.37	0.38	0.37	0.36	0.34	0.28	0.17	0.12	
	N_4	0.11	0.16	0.19	0.23	0.25	0.24	0.23	0.19	0.11	
3	d_0	0.41	0.46	0.43	0.42	0.38	0.27	0.25	0.17	0.13	0.08
	N_4	0.06	0.09	0.14	0.17	0.19	0.15	0.16	0.11	0.09	0.06
4	d_0	0.32	0.36	0.36	0.31	0.26	0.17	0.17	0.15	0.083	0.037
	N_4	0.08	0.08	0.08	0.11	0.09	0.06	0.06	0.09	0.04	0.03
5	d_0	0.24	0.25	0.24	0.21	0.17	0.11	0.08	0.05	0.04	0.09
	N_4	0.017	0.022	0.035	0.047	0.069	0.047	0.022	0.033	0.025	0.008

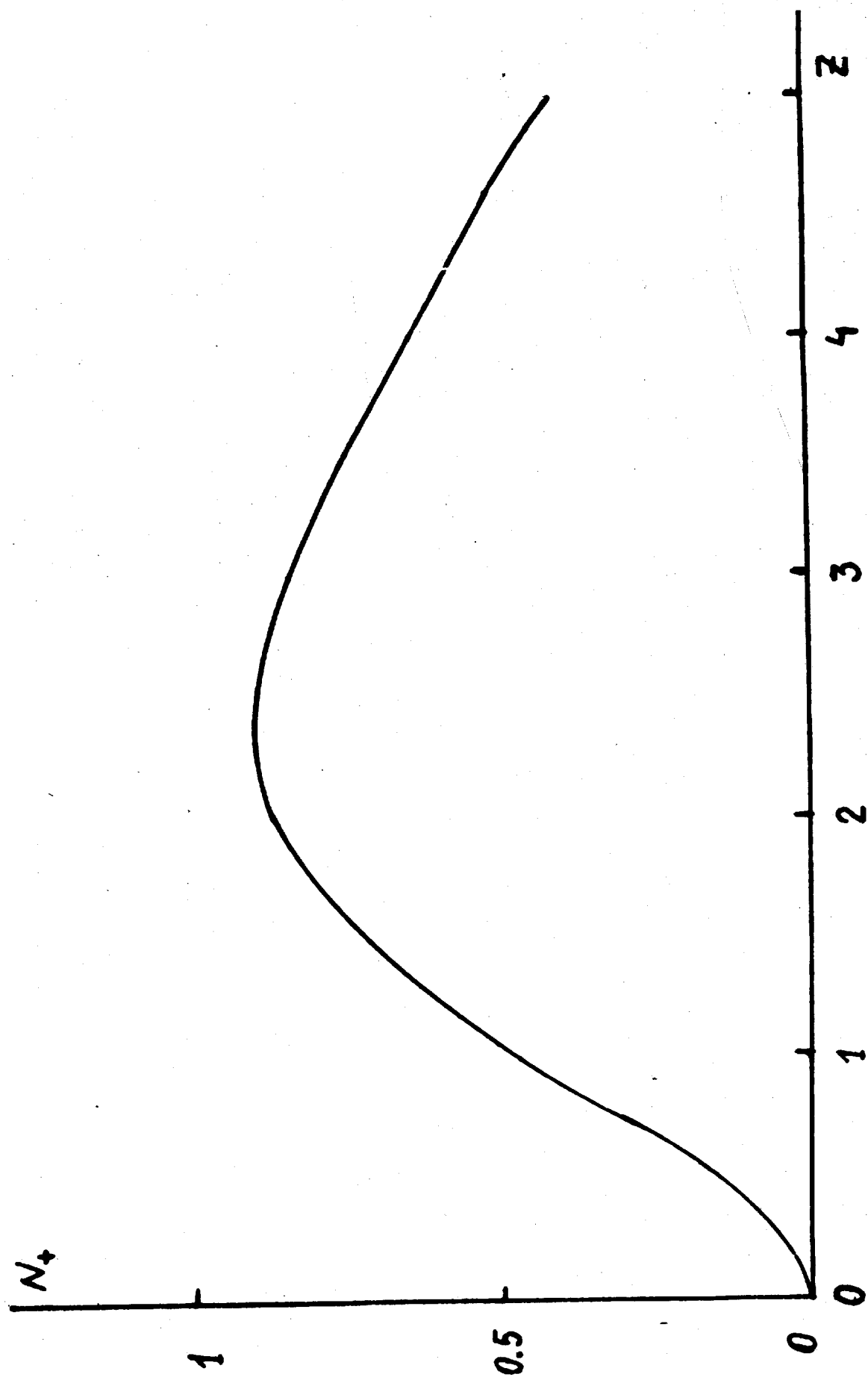


Рис.1. Каскадная кривая N_+ ($E > E_{min}, t$).

$E_0 = 450$ МэВ, $E_{min} = 10$ МэВ

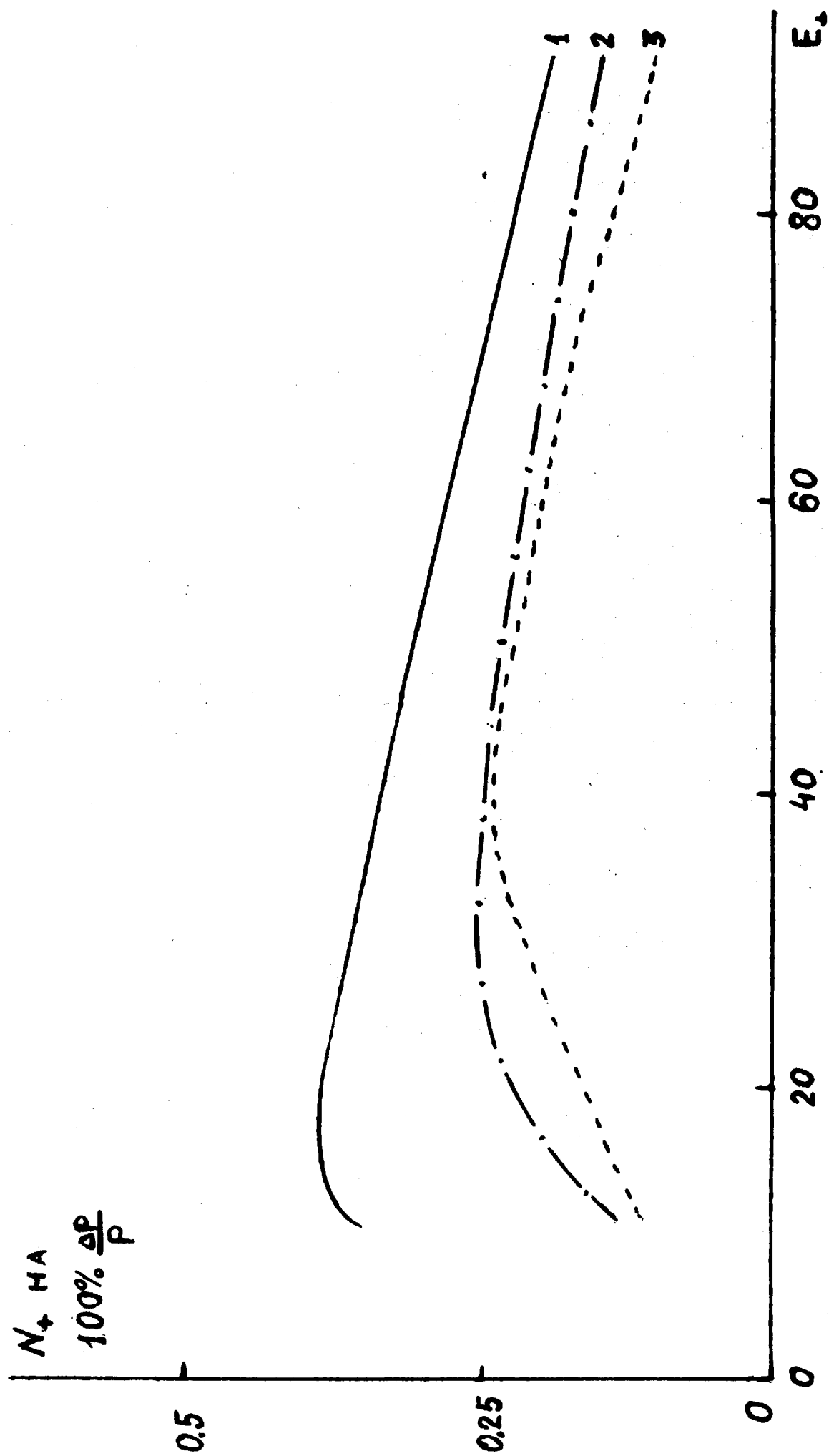


Рис.2. Полное число выходящих из мишени позитронов (1), число захватываемых позитронов по расчетам (2) и по оценкам (3) на 100% $\Delta P/P$.

Толщина конвертера - 2 рад. единицы, $E_0 = 450 \text{ МэВ}$.

Л и т е р а т у р а

1. Ф.М.Израйлев, В.С.Сынах, В.А.Таурский, Б.В.Чириков, В.Ф.Шмаков. Расчет оптимального позитронного конвертера методом Монте-Карло.
1. Описание программы счета. Препринт ИЯФ СО АН СССР.
2. С.З.Беленький. Лавинные процессы в космических лучах. ОГИЗ-Гостехиздат 1948.
3. С.Т.Стародубцев, А.М.Романов. Прохождение заряженных частиц через вещество. 1962. W. T. Scott, Rev. Mod. Phys. 35, 231 (1963).
4. С.З.Беленький. УФН, 49, 591 (1959).
5. И.И.Авербух и др. Синхротрон Б-4 - инжектор для позитрон-электронного накопителя ВЭПП-3. Препринт ИЯФ СО АН СССР 21-72.