

И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

ПРЕПРИНТ И Я Ф 74-13

Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков

**ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО СТАБИЛИЗАЦИИ
СТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ С ИСПОЛЬЗО-
ВАНИЕМ ДИСПЛЕЯ В ДИАЛоговом РЕЖИМЕ**

Новосибирск

1974

В последние годы численные эксперименты, т.е. моделирование на ЭВМ различных процессов, становятся все более распространенным методом исследования в различных областях физики и других наук. При этом речь идет не просто о расчетах по определенным формулам, а о настоящем экспериментировании: наблюдение за различными процессами, выявление эмпирических закономерностей, выяснение механизма их действия и даже открытие новых явлений и законов. Разумеется, численные эксперименты не могут полностью заменить "настоящие", однако позволяют существенно сократить объем последних.

Проведение численных экспериментов значительно облегчается и убыстряется при наличии оперативного обмена информацией между исследователем и ЭВМ. Необходимо прежде всего видеть моделируемый процесс, его динамику. Кроме того, нужно иметь возможность оперативно изменять как режим наблюдения, так и режим самого наблюдаемого процесса в зависимости от результатов наблюдения. Тогда численный эксперимент будет предельно приближаться к "настоящему" и даже иметь некоторые преимущества не только в смысле скорости и оперативности изменений условий эксперимента, но и возможности получения полной информации об исследуемом процессе. Такие условия исследователь получает, располагая разговорным (диалоговым) режимом работы с ЭВМ с выводом информации в графической форме на экран дисплея.

В настоящем докладе описывается пример проведения численных экспериментов на БЭСМ-6 с использованием дисплея "Экран" в диалоговом режиме. Исследовалась стабилизация стохастической неустойчивости простейшего нелинейного осциллятора с одной степенью свободы, находящегося под действием внешнего периодического возмущения.

Как известно /1/, при перекрытии нелинейных резонансов движение нелинейного осциллятора становится стохастическим. Это приводит к типичной для нелинейной колебательной системы неустойчивости движения. Возникает вопрос: как бороться с этой неустойчивостью, не уменьшая величины возмущения?

Исследования стохастической неустойчивости показали /2/, что при любом перекрытии резонансов в фазовом пространстве системы всегда остаются области устойчивости, т.е. всегда имеются такие специальные начальные условия, для которых движение

является устойчивым. Однако в обычных условиях сильно развитой стохастичности размер этих устойчивых областей чрезвычайно мал, так что практически ими можно пренебречь.

С другой стороны, при исследовании простейшего случая взаимодействия двух нелинейных резонансов /3,4/ было обнаружено, что полное стохастическое разрушение их имеет место только в случае сравнимых по мощности резонансов. Эти эксперименты натолкнули на мысль о стабилизации стохастической неустойчивости сильным дополнительным нелинейным резонансом. Принципиальная возможность такой стабилизации и исследуется в настоящей работе.

Простейшая модель стабилизации описывается следующим нелинейным преобразованием:

$$\begin{aligned} J_{n+1} &= \{J_n + k f(\theta_n) + \varepsilon \varphi_T(\theta_n, n)\} \\ \theta_{n+1} &= \{\theta_n + J_{n+1} - 0.5\} \end{aligned} \quad (1)$$

где J_n, θ_n - действие и фаза осциллятора; ε - амплитуда возмущения; k - амплитуда стабилизирующей силы. Зависимости возмущения и стабилизирующей силы от фазы были выбраны в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_T(\theta_n, n) &= \theta_n - 0.5 \\ f(\theta_n) &= \theta_n^2 - \theta_n + 1/6 \end{aligned} \quad (2)$$

Стабилизирующая сила действовала на каждом шаге преобразования, в то время как возмущение включалось периодически через T шагов. Фигурные скобки обозначают взятие дробной части и ограничивают фазовую плоскость системы единичным квадратом.

Условие стохастичности по возмущению. ($k \neq 0$) имеет вид /1/:

$$\varepsilon T \geq 4 \quad (3)$$

Стабилизирующая сила также может приводить к стохастичности при условии ($\xi = 0$):

$$k \geq 4 \quad (4)$$

Между тем, стабилизирующий эффект можно ожидать в случае:

$$k \geq \frac{\xi}{T} \quad (5)$$

Поэтому при $T \gg 1$ должен существовать интервал стабилизации:

$$\frac{4}{T^2} \leq \frac{\xi}{T} \leq k \leq 4 \quad (6)$$

Система (1) численно исследовалась на БЭСМ-6, управляемой дисплеем "Экран", разработанным, изготовленным и запущенным в системе связи с БЭСМ-6 Институтом автоматизации и электротехники СО АН СССР.

Движение системы изображалось на экране с помощью последовательности точек на фазовом квадрате (рис. 1а). Один кадр содержа обычно 400 точек. Одновременно на экран выводились текущие значения параметров системы (ξ, k, T), которые можно было оперативно изменять с помощью световых кнопок. Начальные условия вводились (T_0, θ_0) в БЭСМ-6 непосредственно с экрана с помощью светового пера. В программе была предусмотрена возможность растяжения любого участка фазового квадрата с целью выявления мелких деталей фазовой картины движения.

Численный эксперимент начинался с варьирования параметров ξ, T до получения стохастичности по возмущению (визуально). Затем, при фиксированных ξ, T искалась область стабилизации по k .

Типичная картина движения в области стабилизации приведена на рис. 1 с увеличениями в 4(а), 16(б) и 64(в) раза, соответственно. Параметры системы: $\xi = 0.25$; $T = 25$; $k \approx 0.85$. Рис. 1 показывает, что траекторий движения в области стабилизации имеет очень сложную структуру, но тем не менее является устойчивой. Полная площадь области устойчивости также относительно велика.

Таким образом показана принципиальная возможность стабилизации стохастической неустойчивости дополнительным сильным нелинейным резонансом. Нахождение конкретных условий стабилизации в численных экспериментах с той или иной моделью значительно облегчается и ускоряется при использовании диалогового графического дисплея.

Обнаруженная стабилизация стохастичности сильным нелинейным возмущением похожа на явление резкого сужения спектра стохастических колебаний в плазме при взаимодействии ее с модулированным пучком электронов, открытое и исследованное Файнбергом и сотрудниками /5/. Основное различие связано с тем, что система плазма-пучок является диссипативной, в то время как наша модель описывается каноническим преобразованием, сохраняющим ее фазовый объем. Поэтому механизм явления, по-видимому, разный в обоих случаях, несмотря на внешнее сходство.

Было бы интересно посмотреть, нельзя ли использовать стабилизацию стохастичности в ускорительной технике. Первые численные эксперименты с моделью нелинейного ускорителя были проведены в 1953 г. в ЦЕРНе /6/. Авторы отказались от дальнейших экспериментов как раз из-за обнаруженной ими стохастической неустойчивости при введении нелинейности. Позднее Орлов предложил и исследовал несколько вариантов "линейно-нелинейного" ускорителя ^{х)} /7/, который, однако, не нашел пока применения, отчасти, по-видимому, также из-за трудностей со стохастической неустойчивостью. Будкер предложил использовать нелинейный резонанс для обеспечения устойчивости бетатронных колебаний, однако, вопрос о стабилизации стохастических возмущений оставался открытым. Мы видели выше, что, в принципе, такая стабилизация возможна, что же касается ее практического использования в ускорителях, то здесь необходимы дальнейшие исследования.

Пользуемся случаем выразить нашу искреннюю благодарность Г.И.Будкеру, по инициативе которого была проведена настоящая работа, и В.Е.Балакину - за полезные обсуждения.

^{х)} Нелинейные радиальные бетатронные колебания и линейные - вертикальные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков. УФН, 105 (1971) 3.
2. Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков. Стохастичность простейшей динамической модели с разделенным фазовым пространством, препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1968; B.V.Chirikov F.M.Izrael, Some Numerical Experiments with a Nonlinear Mapping: Stochastic Component; Intern. Symp. on Nonlinear Mapping and its Applications, Toulouse, France, 1973
3. Г.Н.Кулипанов, С.И.Мишнев, А.Н.Скринский, Изучение стохастической неустойчивости бетатронных колебаний электронного пучка в накопителе. Доклад на Международной конференции по ускорителям, Ереван, 1969 г.
4. J.Ford, G.N.Linsford, Phys. Rev. A1, (1970) 59,
5. Я.Б.Файнберг и др. Труды Международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963 г., стр. 1023.
6. F.K.Goward . Материалы конференции ЦЕРН по протонному синхрофазотрону на 25 Гэв с сильной фокусировкой (Женева, 1953): M.G.N.Hine там же.
7. Ю.Ф.Орлов. Нелинейнофокусирующие ускорители и системы со встречными пучками. Труды Международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963, стр.90.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. 1. а) Снимок с экрана дисплея: в центре - фазовый квадрат системы (1); над ним - значения текущих параметров системы; под ним - световые кнопки управления счетом. На рисунке показана устойчивая траектория с увеличением x 4 для $\xi = 0,25$; $T = 25$; $k \approx 0,85$.

б) То же самое, но увеличение x 16.

в) То же самое, но увеличение x 64.

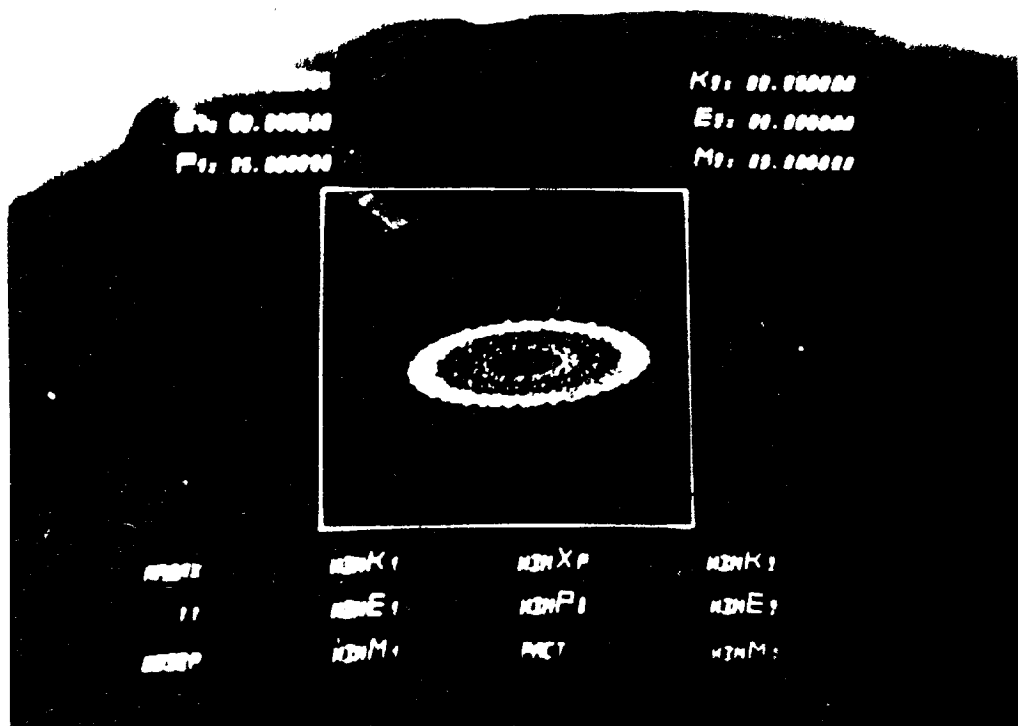


Рис. 1а.

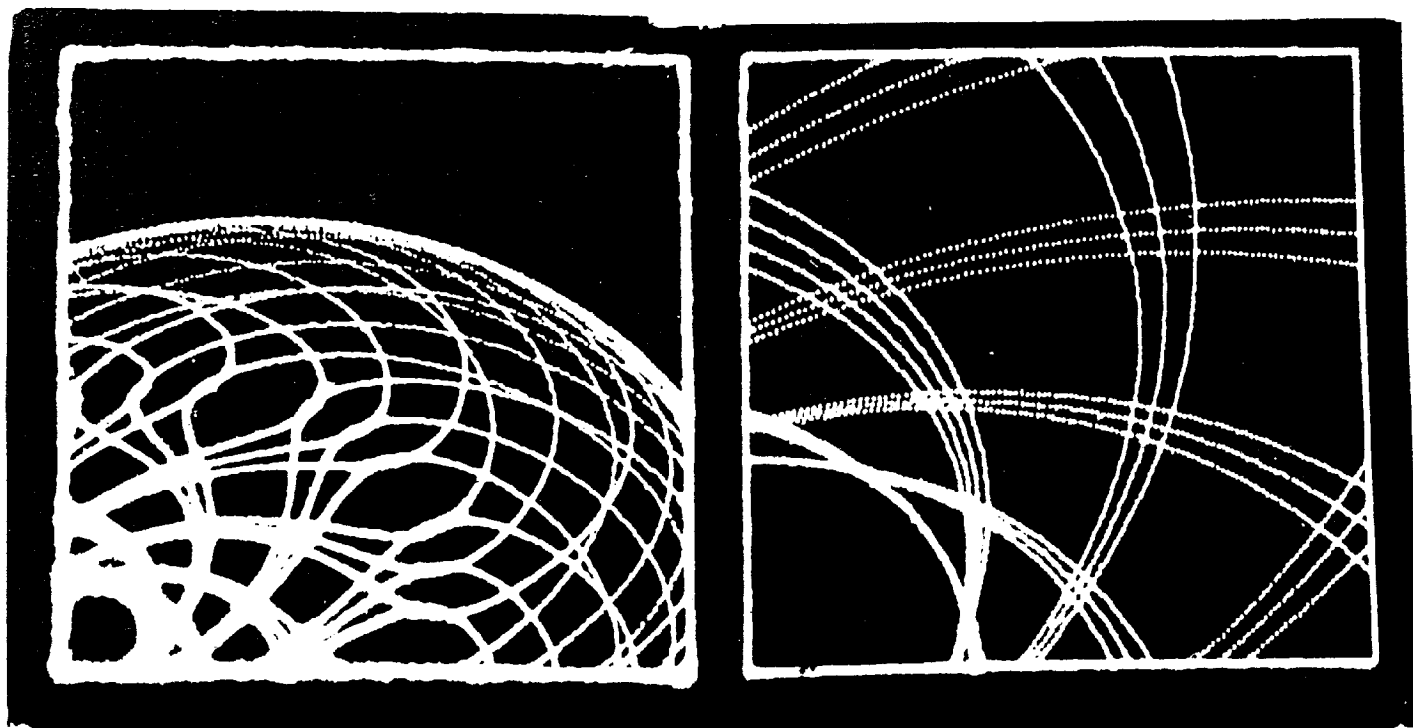


Рис. 1б.

Рис. 1в.