

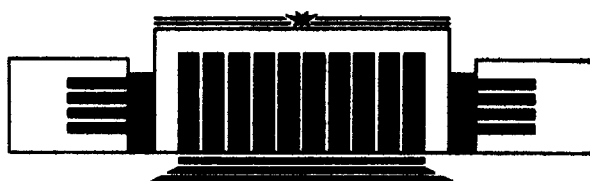


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.В. Вечеславов, Б.В. Чириков

ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА КОМЕТЫ ГАЛЛЕЯ

ПРЕПРИНТ 86-184



НОВОСИБИРСК

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.В. Вечеславов, Б.В. Чириков

ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА КОМЕТЫ ГАЛЛЕЯ

ПРЕПРИНТ 86-184

НОВОСИБИРСК

1986

Хаотическая динамика кометы Галлея

В.В. Вечеславов, Б.В. Чириков

Институт ядерной физики,
630090, Новосибирск, СССР

АННОТАЦИЯ

Построена простая модель динамики кометы Галлея и показано, что ее движение является хаотическим. Получены оценки ошибок экстраполяции траектории кометы. Рассмотрены различные механизмы, ограничивающие полное время пребывания кометы в Солнечной системе. Найдено, что это время существенно зависит, в частности, от малых негравитационных сил.

1. ВВЕДЕНИЕ

Небесная механика, т. е. динамика Солнечной системы, всегда служила образцом детерминированного, регулярного движения, которое можно предсказывать с высокой точностью и на большом интервале времени. Вместе с тем, как и в любой другой многомерной нелинейной колебательной системе, здесь возможна и ситуация качественно иного типа — так называемый динамический хаос, когда движение становится случайным (непредсказуемым), независимо от какого-либо шума (см., например, [1, 2, 21]). Более того, согласно гипотезе Арнольда [3], подтвержденной численными экспериментами [2, 4], возникновение хаотических компонент движения для специальных начальных условий положительной меры является типичным феноменом нелинейных колебаний. Зарождение хаоса происходит при этом в окрестности любой сепаратрисы — траектории с нулевой невозмущенной частотой движения.

Простейшим примером сепаратрисы в небесной механике является параболическая траектория в задаче двух тел, разделяющая финитное и инфинитное движения. Как хорошо известно [1, 2, 4], любое возмущение в этом случае, в частности и регулярное (например, периодическое от равномерно вращающегося третьего тела произвольно малой массы), приводит к образованию конечного хаотического слоя со стороны невозмущенных эллиптических траекторий. В специальном случае плоской ограниченной круговой задачи трех тел это было явно показано недавно в работе [5].

Близкие к параболическим орбиты, т. е. орбиты с эксцентриситетом

тетом $\varepsilon \rightarrow 1$ ($0 < 1 - \varepsilon \ll 1$), встречаются у многих комет — этих «пробных частиц» небесной механики. Наиболее подробные наблюдательные данные собраны о знаменитой комете Галлея, которая оставила след в исторических хрониках разных народов вплоть до —239 г. (240 год до нашей эры). Предпринятый нами анализ этих данных позволяет сделать заключение, что движение кометы Галлея является хаотическим. Мы приводим статистические характеристики этого движения, в частности, скорость диффузии по энергии, даем оценку времени жизни кометы в Солнечной системе, а также инкремент локальной неустойчивости, которая кладет предел экстраполяции траектории кометы в обе стороны по времени.

Наш анализ основан на построении простой двумерной модели (отображения) движения кометы и исследовании ее методами современной теории динамических систем. Насколько нам известно, движение кометы Галлея представляет собой первый реальный пример динамического хаоса в небесной механике. Огромная работа по точному численному моделированию ее динамики [6—10, 13] прекрасно иллюстрирует трудности и ограничения предсказания хаотической траектории.

2. МОДЕЛЬ

Ввиду сильной неустойчивости хаотической траектории ее экстраполяция принципиально ограничена сравнительно коротким интервалом времени независимо от точности моделирования. С другой стороны, для исследования статистических свойств движения можно использовать и относительно простую модель, отражающую существенную часть динамики реальной системы. Для рассматриваемой задачи это — динамика фазы возмущения кометы Юпитером. В качестве сопряженной переменной удобно взять величину, пропорциональную энергии кометы, которая определяет период движения, а, значит, и изменение фазы возмущения.

Исходными данными для построения модели являются 46 значений t_n — моментов времени прохождения кометой перигелия с 1986 года по —1403 год, приведенных в работе [6] (см. табл. 1); из них 27 ($n=2-28$) согласованы с наблюдательными данными, а 18 ($n=29-46$) найдены путем численного моделирования орбиты кометы (значение t_1 взято из [7]).

В качестве фазы возмущения выберем положение Юпитера от-

носителем орбиты кометы в момент прохождения ею перигелия

$$X_n = \frac{t_n}{P_J} \quad (1)$$

и положим $X_1 = 0$ (табл. 1). Мы пренебрегаем неравномерностью вращения Юпитера и принимаем для его эффективного периода значение $P_J = 4332.653$ дней. Фактически величина P_J учитывает различные возмущения, в частности, прецессию орбиты Юпитера и кометы, и подбиралась эмпирически из условия наилучшего согласования исходных данных t_n (см. ниже). Полученное для P_J значение (в годах) близко к отношению средних движений Земли и Юпитера.

Период движения кометы равен $P_n = t_n - t_{n-1}$. Введем величину

$$\omega_n = \left(\frac{P_n}{P_J} \right)^{-2/3} = (X_n - X_{n-1})^{-2/3} \approx -2E_n, \quad (2)$$

где E_n — полная энергия кометы вдали от Юпитера в интервале времени (t_{n-1}, t_n) . Мы полагаем радиус орбиты и скорость Юпитера равными единице; его масса $\mu \approx 9.54 \times 10^{-4}$ является малым параметром возмущения. Единица времени равна $P_J/2\pi = 689.563$ дней = 1.888 лет.

Изменение ω зависит от фазы возмущения $x = X \bmod 1$. С учетом (2) получаем двумерное каноническое отображение (ср. [5])

$$\omega_{n+1} = \omega_n + F(x_n); \quad x_{n+1} = x_n + \omega_{n+1}^{-3/2} \quad (3)$$

на плоскости (ω, x) , которое и является, по-видимому, простейшей моделью динамики кометы (назад по времени).

Неизвестная функция $F(x)$ определяется непосредственно по исходным данным t_n (табл. 1) с помощью (3). Результат показан на рис. 1. Разброс точек связан, в основном, с возмущением от Сатурна. Его можно выделить следующим образом. Аппроксимируем зависимость на рис. 1 с помощью фурье-разложения $F_J(x)$ и отложим разностное возмущение $F(x_n) - F_J(x_n)$ в фазе Сатурна $y = Y \bmod 1$, где $Y = r_S X$ (табл. 1), а $r_S = 0.4026868$ — частота обращения Сатурна, которая также подбиралась эмпирически и оказалась практически равной отношению средних движений Сатурна и Юпитера. Полученную зависимость также аппроксимируем фурье-разложением $F_S(y)$, а затем повторяем всю процедуру для функции $F(x_n) - F_S(y_n)$ вместо начальной $F(x_n)$. После нескольких

Т а б л и ц а 1

Динамика кометы Галлея: даты прохождения перигелия [6]

n	Год	Прохождение перигелия t_n (JD)	Фаза Юпитера X_n	Фаза Сатурна Y_n
1	1986	2446470.9518*	0.	0.
2	1910	2418781.6777	6.39083584	2.57350511
3	1835	2391598.9387	12.6647606	5.09993167
4	1759	2363592.5608	19.1287858	7.70290915
5	1682	2335655.7807	25.5767473	10.2994180
6	1607	2308304.0406	31.8896785	12.8415519
7	1531	2280492.7385	38.3086791	15.4263986
8	1456	2253022.1326	44.6490451	17.9795802
9	1378	2224686.1872	51.1891362	20.6131884
10	1301	2196546.0819	57.6840264	23.2285948
11	1222	2167664.3229	64.3500942	25.9129322
12	1145	2139377.0609	70.8789490	28.5420157
13	1066	2110493.4340	77.5454480	31.2265267
14	989	2082538.1876	83.9976717	33.8247519
15	912	2054365.1743	90.5001572	36.4432169
16	837	2026830.7700	96.8552482	39.0023280
17	760	1998788.1713	103.327633	41.6086720
18	684	1971164.2668	109.703382	44.1761014
19	607	1942837.9758	116.241244	46.8088124
20	530	1914909.6300	122.687259	49.4045374
21	451	1885963.7491	129.368127	52.0948344
22	374	1857707.8424	135.889745	54.7210039
23	295	1828915.8984	142.535083	57.3969935
24	218	1800819.2235	149.019949	60.0083634
25	141	1772638.9340	155.524114	62.6275046
26	66	1745189.4601	161.859602	65.1787221
27	—11	1717323.3485	168.291253	67.7686629
28	—86	1689863.9617	174.629030	70.3208017
29	—163	1661838.0660	181.097560	72.9255932
30	—239	1633907.6180	187.544060	75.5215136
31	—314	1606620.0237	193.842186	78.0576857
32	—390	1578866.8690	200.247766	80.6371280
33	—465	1551414.7388	206.583867	83.1885924
34	—539	1524318.3270	212.837867	85.7069955
35	—615	1496638.0035	219.226637	88.2796687
36	—689	1469421.7792	225.508291	90.8092075
37	—762	1442954.0301	231.617192	93.2691812

Таблица 1 (продолжение)

n	Год	Прохождение перигелия t_n (JD)	Фаза Юпитера X_n	Фаза Сатурна Y_n
38	—835	1416202.8066	237.791521	95.7555018
39	—910	1388819.7203	244.111687	98.3005491
40	—985	1361622.0640	250.389054	100.828362
41	—1058	1334960.1638	256.542767	103.306381
42	—1128	1309149.3447	262.500045	105.705298
43	—1197	1283983.7325	268.308406	108.044248
44	—1265	1259263.8959	274.013879	110.341767
45	—1333	1234416.0059	279.748908	112.651187
46	—1403	1208900.1811	285.638100	115.022687

* — по данным [7].

Эффективные периоды (в днях): Юпитера—4332.653; Сатурна—10759.362

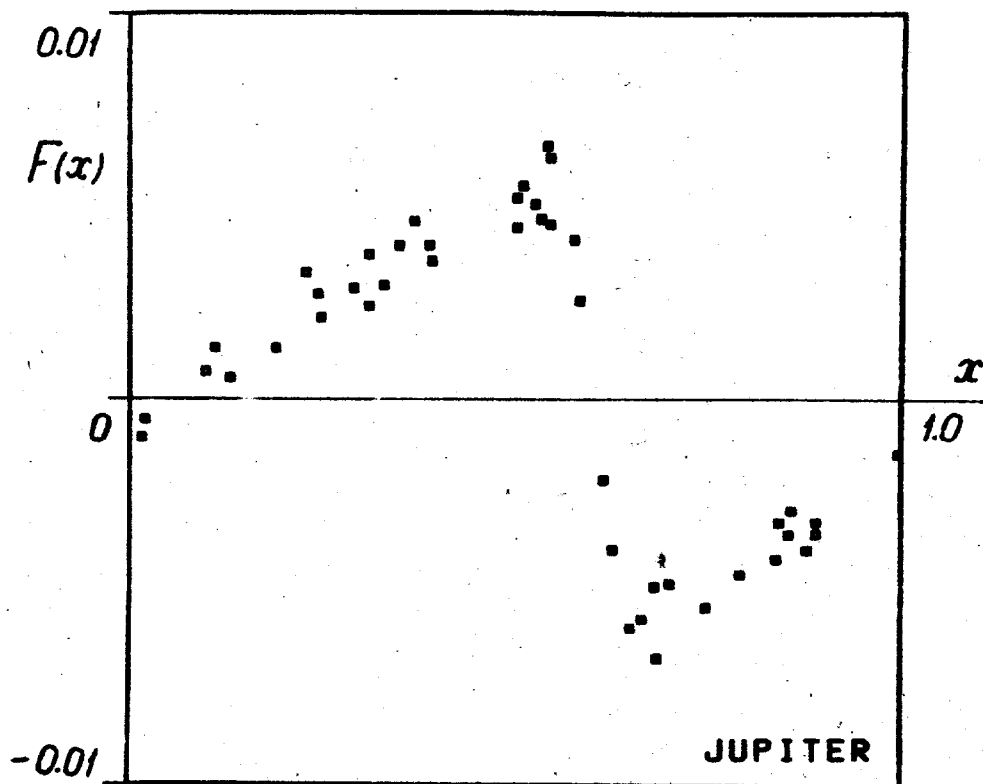
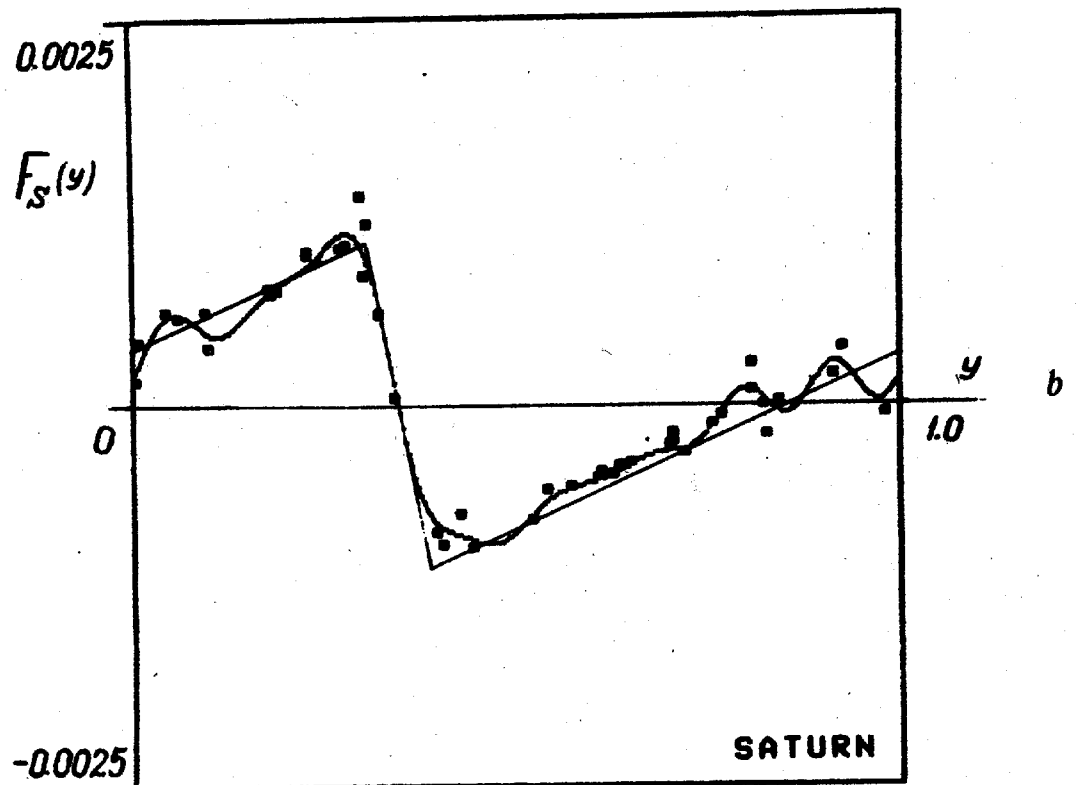
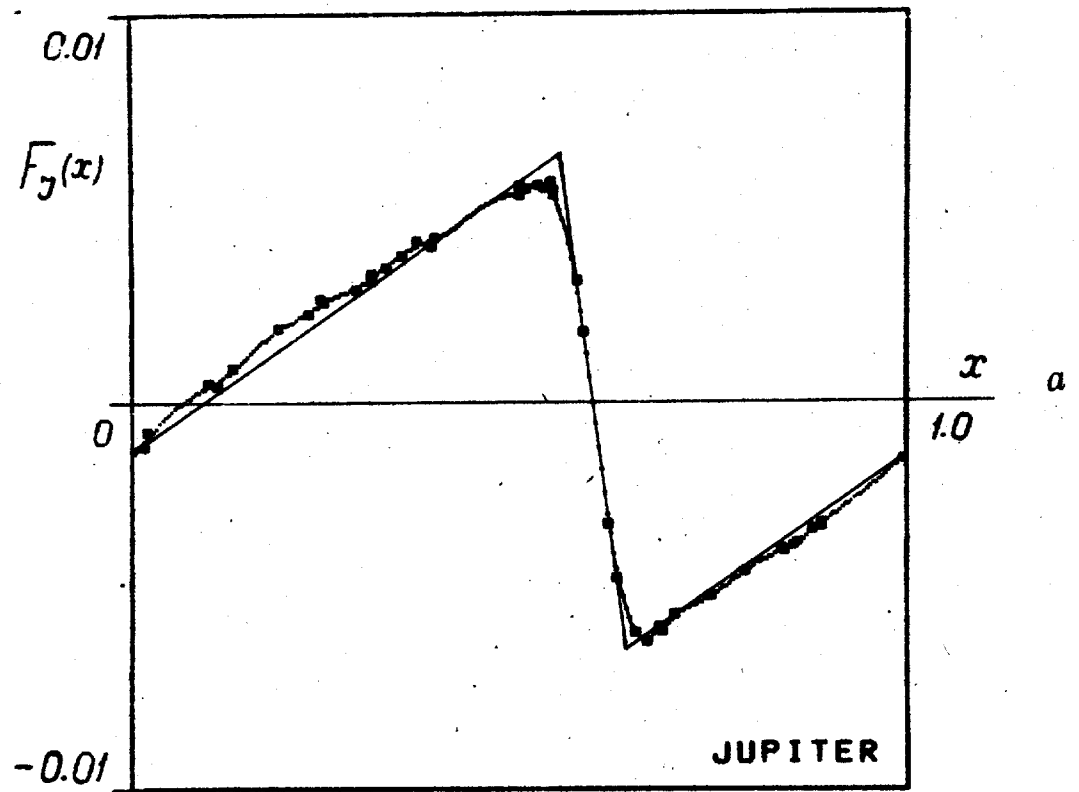


Рис. 1. Полное возмущение кометы Гадлея в фазе Юпитера.



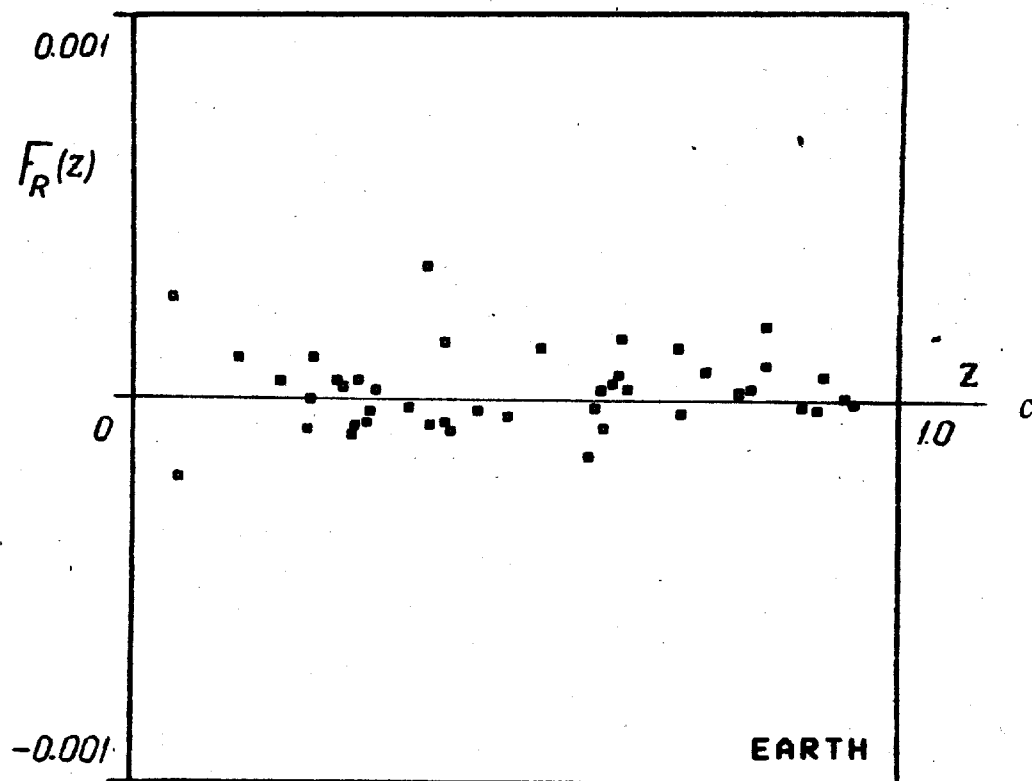


Рис. 2. Возмущения кометы Галлея Юпитером (а), Сатурном (b), и остаточное возмущение (с). Кривые — фурье-приближение; прямые — приближение «пилы».

(около 10) последовательных приближений получаем разложение полного возмущения на возмущения от Юпитера и Сатурна (рис. 2):

$$F(x) = F_J(x) + F_S(y) + F_R(z). \quad (4)$$

Принятый фурье-спектр возмущения приведен в табл. 2, где для Юпитера

$$F_J(x) = \sum_m (a_m \cos(2\pi m x) + b_m \sin(2\pi m x))$$

и аналогично для Сатурна. На рис. 2 показано также остаточное возмущение $F_R(z)$, отложенное в фазе Земли $z = Z \bmod 1$, где $Z = r_E X$, а $r_E = P_J$ (лет) = 11.86241 — частота Земли в принятых единицах. Нам не удалось найти какой-либо простой динамической интерпретации F_R и оно характеризует, таким образом, точность нашей модели (3):

$$\left(\frac{\langle F_R^2 \rangle}{\langle F_J^2 \rangle}\right)^{1/2} \approx 0.030; \quad \frac{\langle F_R^2 \rangle^{1/2}}{w} \approx 3.5 \times 10^{-4}; \quad \langle \Delta t^2 \rangle^{1/2} \approx 14 \text{ дней.} \quad (5)$$

Здесь Δt — ошибка в предсказании следующего (или предыдущего) прохождения перигелия (рис. 3). Любопытно отметить, что ошибка «предсказания» последнего прохождения t_1 по двум предыдущим t_2 (1910 г.) и t_3 (1835 г.) составляет всего около двух дней.

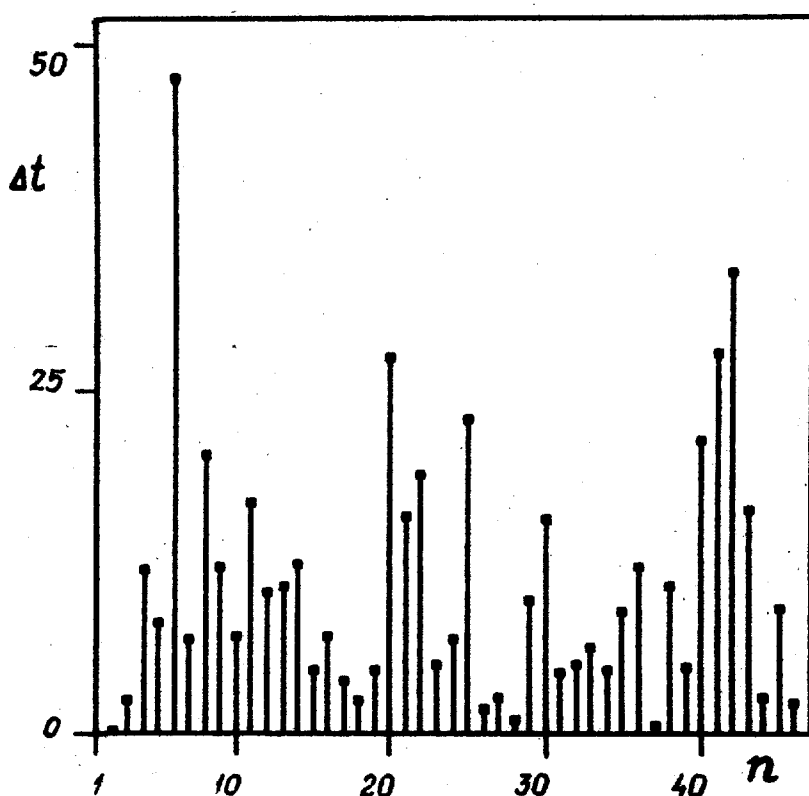


Рис. 3. Точность модели (3) для динамики кометы Галлея: Δt — ошибка в предсказании t_n прохождения перигелия по двум предыдущим значениям t_{n-1} , t_{n-2} (дни).

Среднеквадратичная ошибка (5) лишь в четыре раза превышает эффект негравитационных сил (см. [9, 13]).

В процессе последовательных приближений F_J , F_S оптимизировались также (по минимуму $\langle F_R^2 \rangle$) постоянные P_J и r_S (выбранные таким путем значения которых приведены выше) и число гармоник фурье-разложения (табл. 2). Интересно отметить, что процедура оптимизации по остаточному возмущению оказалась очень чувствительной к величине эффективного периода Юпитера P_J , так что неопределенность этого параметра модели составляет всего

Таблица 2

Фурье-спектр возмущения в модели (3)

m	Юпитер			Сатурн		
	$a_m \times 10^2$	$b_m \times 10^2$	$\sqrt{a_m^2 + b_m^2} \times 10^2$	$a_m \times 10^3$	$b_m \times 10^3$	$\sqrt{a_m^2 + b_m^2} \times 10^3$
0	0	0	0	0	0	0
1	-.240980	.390305	.458704	.539282	.402058	.672663
2	.182350	-.060684	.192182	-.365971	.094560	.377990
3	-.120144	-.025157	.122749	.055456	-.195876	.203575
4	.053170	.062750	.082247	.087232	.145022	.169236
5	-.002350	-.051279	.051333	-.076651	.043299	.088035
6	-.019543	.033955	.039178	-.019011	-.032018	.037237
7	.019810	-.006757	.020931	-.010290	.049478	.050537
8	-.016521	-.005454	.017398	-.067932	.063112	.092724
9	.003908	.009710	.010467	-.000503	.012022	.012033
10	-.001400	-.005662	.005833	.013116	.013741	.018996

около 0.01 дня ≈ 15 минут (!). Аналогично, относительная неопределенность эффективной частоты Сатурна r_s порядка 10^{-6} .

Наряду с фурье-представлением использовалось также более простое приближение «пилы»: каждая из функций $F_J(x)$, $F_S(y)$ аппроксимировалась двумя отрезками прямой, как показано на рис. 2. Для амплитуды пила и положения точек излома приняты следующие значения:

$$\begin{aligned}
 A_J &= 6.35 \times 10^{-3}; & x_+ &= 0.552; & x_- &= 0.640; \\
 A_S &= 1.05 \times 10^{-3}; & y_+ &= 0.305; & y_- &= 0.385; \\
 2d_J &= x_- - x_+ = 0.088; & 2d_S &= y_- - y_+ = 0.080.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Точность аппроксимации $F(x)$ при этом, естественно, ухудшается (ср. (5)):

$$\left(\frac{\langle F_R^2 \rangle}{\langle F_J^2 \rangle} \right)^{1/2} \approx 0.10; \quad \frac{\langle F_R^2 \rangle^{1/2}}{\omega} \approx 1.2 \times 10^{-3}; \quad \langle \Delta t^2 \rangle^{1/2} \approx 50 \text{ дней}.$$

Отметим, что динамика двумерного отображения с пилообразным возмущением, аналогичного (3), исследовалась в [11, 12] (см. также [4]).

Неожиданно сильная зависимость возмущения от фазы

(рис. 2) объясняется относительно тесными сближениями кометы с планетами из-за малого значения $\sin i \approx 0.3$, где i — наклонение орбиты кометы. На каждом обороте кометы возможны два таких сближения, однако, оказывается, что они соответствуют приблизительно одной и той же фазе. Напомним, что мы определяем фазу возмущения в момент прохождения кометой перигелия, тогда как действие возмущения проявляется в другой момент времени. Максимальное сближение происходит в некоторой фазе (назовем ее фазой сближения) $x_c \approx 0.60$, причем в силу приближенной симметрии движения $F_J(x_c) \approx 0$. Для Сатурна фаза сближения $y_c \approx 0.35$.

Эффекты обоих сближений можно разделить, используя данные об оскулирующих (локальных) значениях энергии кометы вблизи

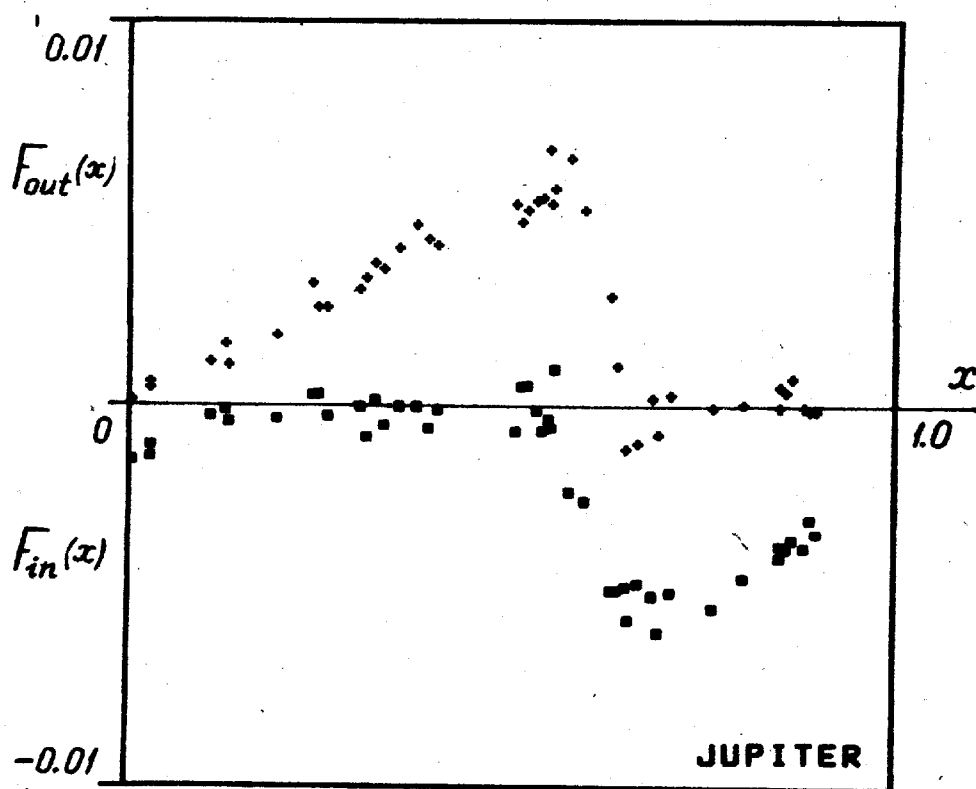


Рис. 4. Полное возмущение кометы Галлея при приближении к Солнцу (квадраты, $F_{in}(x)$) и удалении от него (ромбы, $F_{out}(x)$): $F_{in}(x) + F_{out}(x) = F(x)$ (рис. 1).

перигелия, также приведенных в [6]. Результат показан на рис. 4 без выделения возмущения от Сатурна.

При сильном сближении ($\sin i \ll 1$, $d_j \ll 1$) в приближении равномерного и прямолинейного движения Юпитера и кометы под прямым углом друг к другу возмущение описывается простой зависимостью

$$-F_J(x) = \frac{2A_J(x-x_c)d_J}{(x-x_c)^2 + d_J^2}; \quad F_J(x_c) = 0;$$

$$A_J = \frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{\mu}{\sin i} \approx 0.0060; \quad (7)$$

$$d_J = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sin i}{2\pi} \approx 0.059.$$

Это выражение справедливо в некоторой окрестности x_c , включающей оба максимума $|F_J|$. Численные значения приведены для кометы Галлея: они неплохо согласуются с (6) и еще лучше — с более точной аппроксимацией Фурье. Из данных на рис. 2 находим: $A_J \approx 0.0059$; $d_J \approx 0.062$. Отметим, однако, что эмпирическая функция $F_J(x)$ слегка асимметрична относительно фазы $x_c \approx 0.60$.

Для Сатурна в формуле (7) изменяются только значения фазы сближения y_c и амплитуды A_S :

$$\frac{A_S}{A_J} = \frac{\mu_S}{\mu a_S} = 0.163, \quad (8)$$

где μ_S , a_S — масса и радиус орбиты Сатурна; из рис. 2 находим $A_S/A_J \approx 0.175$.

Хотя масса Земли $\mu_E \approx \mu/300$ мала, возможны тесные сближения с ней кометы Галлея, вплоть до минимального расстояния $\Delta_m \approx 0.04$ а. е. ≈ 0.008 (837 г.). В этом случае

$$\left(\frac{A_E}{A_J}\right)_{\max} \approx \frac{1}{2} \frac{\mu_E \sin i}{\mu \Delta_m} \approx 0.06, \quad (9)$$

что вдвое превышает остаточное возмущение (5). Однако, среднеквадратичное возмущение от Земли

$$\left(\frac{\langle F_E^2 \rangle}{\langle F_J^2 \rangle}\right)^{1/2} \approx \frac{1}{2} \frac{\mu_E}{\mu} \sin i \sqrt{\left\langle \left(\frac{1}{\Delta}\right)^2 \right\rangle} \approx 0.02 \quad (10)$$

примерно в полтора раза меньше F_R (5). Значение $\langle (1/\Delta)^2 \rangle^{1/2} \approx 7.3$ (а. е.)⁻¹ ≈ 38 получено из наблюдательных данных, приведенных в [8]. Сравнимое (в среднем) возмущение оказывают также Венера, Уран, Нептун и негравитационные силы (см. [6, 13]). Оценка их совместного с Землей среднеквадратичного возмущения дает $(\langle F_\Sigma^2 \rangle / \langle F_J^2 \rangle)^{1/2} \approx 0.025$, что близко к остаточному возмущению F_R нашей модели (5). Последнее включает в себя, конечно, также и эффект других приближений модели, в

частности, принятого равномерного вращения Юпитера и Сатурна.

Отметим, что при малых ω возмущение $F(x)$ практически не зависит от ω (7), поскольку обмен энергии с Юпитером определяется «местной» скоростью кометы $v^2 \approx 2 \gg \omega$. Именно поэтому мы и выбрали в качестве динамической переменной нашей модели величину ω , пропорциональную полной энергии кометы. Помимо этого, можно показать, что ω является так называемой эргодической переменной (см. [18], § 13) и поэтому среднее возмущение $\overline{F(x)} \equiv 0$ (табл. 2).

С учетом возмущения от Сатурна отображение (3) необходимо либо записать в глобальной фазе $X_n(Y_n = r_S X_n)$, либо дополнить уравнением $y_{n+1} = y_n + r_S \omega_{n+1}^{-3/2}$.

3. ЛОКАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Сильная локальная неустойчивость движения, т. е. экспоненциальная расходимость близких траекторий, является наиболее простым и надежным критерием динамического хаоса [1, 2, 4]. Для исследования этой неустойчивости запишем линеаризованное уравнение модели (3):

$$\begin{aligned} \delta \omega_{n+1} &= \delta \omega_n + F'(x_n^0) \cdot \delta x_n, \\ \delta x_{n+1} &= \delta x_n - \frac{3}{2} (\omega_{n+1}^0)^{-5/2} \cdot \delta \omega_{n+1}, \end{aligned} \quad (11)$$

Где (x_n^0, ω_n^0) — опорная траектория, а $(\delta \omega_n, \delta x_n)$ — компоненты касательного вектора $\bar{l}$. Динамика $\bar{l}$ характеризуется показателем Ляпунова

$$\Lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln (l_n/l_0). \quad (12)$$

Для двумерного отображения $\Lambda = h$, где h — энтропия Колмогорова-Синяя. Условием динамического хаоса является неравенство $h > 0$ или $\Lambda > 0$.

Движение кометы характеризуется двумя резко различающимися масштабами времени: $N_x \sim h^{-1}$ — быстрое перемешивание по фазе и N_ω — медленная диффузия по ω , причем $N_\omega \gg N_x$ (п. 5). Поэтому предел (12) следует понимать как сильное двойное неравенство: $N_x \ll n \ll N_\omega$, а энтропия $h(\omega)$ зависит от энергии.

Собственные числа матрицы отображения (11) удовлетворяют условию $\lambda_1 \lambda_2 = 1$. Обозначим наибольший модуль собственного числа через λ_n ; он зависит от номера итерации отображения n . Тогда

$$\ln \lambda_n = |\ln |1 - k_n + \sqrt{k_n^2 - 2k_n}||;$$

$$k_n = \frac{3}{4} \omega_{n+1}^{-5/2} F'(x_n), \quad (13)$$

где мы опустили индекс нуль у опорной траектории.

Рассмотрим вначале возмущение только от Юпитера. В приближении пилы (6)

$$k_n = \begin{cases} -\frac{0.108}{\omega_n^{5/2}}; \\ \frac{0.0104}{\omega_n^{5/2}}, \end{cases} \quad 0.552 < x_n < 0.640. \quad (14)$$

При современном значении $\omega_n = \omega_1 \approx 0.3$ неустойчивость имеет место только в указанном интервале фаз (14) вокруг фазы сближения $x_c = 0.60$, где $\lambda_n \approx 6.2$; фазы в этом интервале будем называть неустойчивыми. Для остальных x числа $\lambda_n = 1$. Отметим, что если бы для неустойчивых фаз оказалось $k_n > 0$, то собственное значение $\lambda_n \approx 1.9$ существенно бы уменьшилось.

Из (13), (14) следует, что при

$$\omega_n < \omega_{cr} \approx 0.12 \quad (15)$$

все фазы становятся неустойчивыми ($|k_n| > 2$). В этой области ω образуется единая и сплошная хаотическая компонента движения.

Напротив, при $\omega > \omega_{cr}$ возникают большие области устойчивости вокруг неподвижных точек отображения (3) $\omega = \omega_m \approx m^{-2/3}$, $x = x_f$, $F_j(x_f) = 0$, $F'(x_f) > 0$, где $m \neq 0$ — любое целое (рис. 5,а). Фаза x_c (7) также отвечает неподвижным точкам, но все они являются неустойчивыми ($F'(x_c) < 0$).

При $\omega > \omega_{cr}$ неустойчивость движения развивается только за счет попадания траектории в узкий интервал неустойчивых фаз (14), а энтропия может быть приближенно описана выражением

$$h(\omega) \approx p(\omega) \ln [\alpha \lambda(\omega)]. \quad (16)$$

Здесь $p(\omega)$ — вероятность попадания в интервал (14); λ — наиболь-

шее собственное значение в этом интервале, которое в приближении пиры не зависит от фазы (13); множитель $\alpha \sim 1$ слабо зависит от энергии и характеризует среднюю ориентацию касательного вектора по отношению к собственным векторам.

Численное моделирование при $\omega \approx 0.3$ дает $h \approx 0.26$; $p \approx 0.19$; $\alpha \approx 0.55$ и $\lambda \approx 6.2$ (13). Отметим, что вероятность p значительно превышает ширину интервала неустойчивых фаз $2d_j = 0.088$ (6).

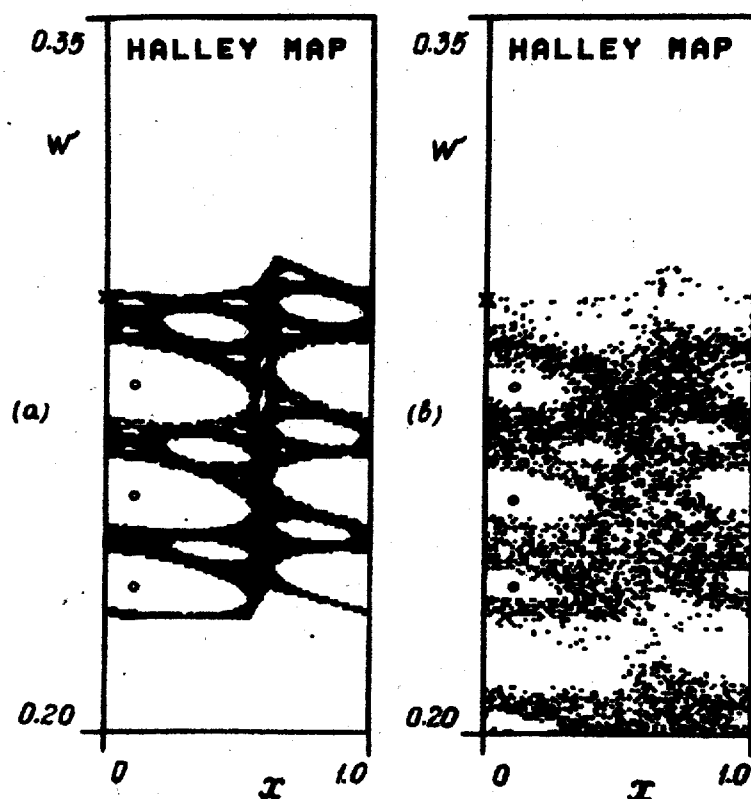


Рис. 5. Фазовая траектория отображения (3), приближение пиры (6). Начальные условия (кресты) $\omega_1 = 0.29164$; $x_1 = 0$ (1986 г. см. табл. 1); а) — возмущение только от Юпитера, $N = 1.5 \times 10^5$ итераций, кружками отмечены устойчивые неподвижные точки; б) — возмущение от Юпитера и Сатурна, $N = 4000$.

Это объясняется уменьшением площади хаотической компоненты вне интервала (14) из-за больших областей устойчивости (рис. 5,а). Значение α близко к 0.5, что соответствует изотропному распределению касательного вектора при попадании в интервал неустойчивых фаз, если масштаб $\delta\omega$ выбран так, что собственные векторы ортогональны.

Картина движения кометы существенно изменяется, если «включить» возмущение от Сатурна (рис. 5,б). Области устойчивости при этом заметно уменьшаются, хотя и не разрушаются пол-

ностью. Это приводит к снижению вероятности $p \approx 0.13$ и, соответственно, энтропии $h \approx 0.16$, тогда как множитель $\alpha \approx 0.53$ практически не изменяется, как и собственное значение λ для неустойчивых фаз. Последнее объясняется слабым влиянием Сатурна на параметр k в (13):

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{A_s}{A_j} \frac{d_j}{d_s} r_s \approx 0.076. \quad (17)$$

Совершенно иначе обстоит дело с Землей, возмущение от которой хотя и относительно мало (9), (10), но зато сосредоточено в очень узком интервале ее фазы $z = r_E X \bmod 1$, ($d_E \sim \Delta_m / 2\pi a_E \sim 0.006$). При тесных сближениях параметры неустойчивости k , λ определяются практически только Землей:

$$\left| \frac{k_E}{k_j} \right| \approx \frac{\mu_E}{\mu} r_E a_E \left(\frac{\sin i}{\Delta} \right)^2 \approx \frac{6.5 \times 10^{-4}}{\Delta^2} \lesssim 10, \\ \lambda \approx \lambda_E \approx 2k_E \approx \frac{2.8 \times 10^{-3}}{\Delta^2} \lesssim 45. \quad (18)$$

последние численные значения даны для минимального $\Delta = \Delta_m \approx 0.008 \approx 0.04$ а. е., а второе выражение справедливо при $\lambda_E \gg 1$.

Дестабилизирующий эффект тесных сближений с Землей хорошо известен из практики численного моделирования траектории кометы [6, 9, 13]. Однако средний вклад Земли в энтропию оказывается незначительным; его можно грубо оценить следующим образом. Наблюдательные данные [8] свидетельствуют о приблизительно равномерном распределении сближений по Δ с плотностью $q \approx 7$. Усредняя по Δ , найдем

$$h_E \approx q \int_{\Delta_m}^{\Delta_1} \ln [\alpha \lambda_E(\Delta)] d\Delta = 2q(\Delta_1 - \Delta_m) - q\Delta_m \ln [\alpha \lambda_E(\Delta_m)] \approx 0.06. \quad (19)$$

Здесь $\alpha \approx 0.5$ (см. (16)); $\lambda_E(\Delta_1) \approx 1/\alpha \approx 2$; $k_E(\Delta_1) \approx +2.3$ (см. (13)), что дает $\Delta_1 \approx 0.025 \approx 0.13$ а. е.

Внутри областей устойчивости движение является квазипериодическим (с дискретным спектром), изменение w строго ограничено и мало, а энтропия $h = 0$. Интересно отметить, что в настоящий момент энергия кометы всего на 3% выше границы ближайшей области устойчивости. Впрочем, остаточное возмущение F_R делает существование этих областей проблематичным.

4. ФАКТОР ОШИБОК ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ХАОТИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Локальная неустойчивость кометы Галлея (п. 3), являющаяся причиной ее хаотического поведения и, в частности, диффузии по энергии (пп. 5, 6), резко ограничивает также возможность экстраполяции ее траектории в обе стороны по времени. Наиболее чувствительной к ошибкам величиной является момент прохождения перигелия t_n , или фаза возмущения x_n . Именно ошибки в t_n и приводятся обычно в работах по численному моделированию динамики кометы [6, 7, 9, 13]. С другой стороны, ошибки в x существенно изменяют движение кометы, поскольку ее расчетная траектория может переходить из устойчивой области в неустойчивую и наоборот.

Введем фактор ошибок

$$f_m = \left| \frac{\delta x_m}{\delta x_0} \right|, \quad (20)$$

характеризующий рост ошибки фазы за m оборотов кометы.

При $m \gg 1$ средний фактор ошибок выражается через энтропию (п. 3):

$$\bar{f}_m \approx e^{hm}. \quad (21)$$

Если принять, что максимально допустимая ошибка $|\delta x_m|$ порядка $d_j \approx 0.05$, $|\delta t_m| \approx 200$ дней (полуширина интервала неустойчивых фаз, см. (6)), то длина возможной экстраполяции

$$N_{ext} \approx \frac{1}{h} \ln \frac{d_j}{|\delta x_0|} \approx -6.3 \ln |\delta x_0| - 19 \quad (22)$$

растет лишь логарифмически с увеличением точности моделирования $|\delta x_0|$. В (22) использовано значение $h = 0.16$ (п. 3) без учета влияния Земли. Принимая эффективную ошибку $|\delta x_0| \approx 5 \times 10^{-4}$, $|\delta t_0| \approx 2$ дня (см. ниже), получим $N_{ext} \approx 29$ оборотов кометы.

Эта оценка является, конечно, очень грубой вследствие сильных флуктуаций энтропии на относительно небольшом участке времени, в частности, из-за узости интервала неустойчивых фаз (6). Более аккуратное определение фактора ошибок можно провести следующим образом. Рассмотрим линеаризованное отображение (11) на отрезке времени (t_n, t_m) , причем в качестве опорной используем «истинную» траекторию (см. табл. 1). Тогда фактор

ошибок на этом интервале можно оценить как модуль наибольшего собственного значения соответствующей матрицы

$$f_{n,m} \sim \lambda_{n,m}. \quad (23)$$

Величина $\ln \lambda_{n,m} / (m-n) = h_{n,m}$ характеризует «текущую» энтропию на отрезке (t_n, t_m) . Например, $h_{4,46} = 0.24$, что заметно превышает среднее значение $h = 0.16$, которое устанавливается на более длинном интервале времени. Для сравнения укажем, что измерение энтропии с помощью отображений (3), (11) п. 3 дает значение $h = 0.30$ для 50 оборотов кометы.

Поскольку ошибки линейризованного отображения также растут экспоненциально со временем, целесообразно вычислять матрицу перехода $n \rightarrow m$, перемножая матрицы каждой итерации, а не итерировать численно отображение (11).

В качестве конкретного примера оценим точность экстраполяции кометы Галлея в работе [6]. Хотя основные параметры ее орбиты определялись по появлениям кометы в 1759, 1682 и 1607 гг., наиболее чувствительная к ошибкам величина t_n была принята равной наблюдаемой и в 837 г. ($n=16$, табл. 1). Это значение n мы и примем за начало интервала экстраполяции при вычислении $\lambda_{n,m}$.

На рис. 6 отложены величины $\ln \lambda_{16,m}$ для $m=17-46$ (кресты), что соответствует экстраполяции до -1403 года в [6]. Характерной особенностью этой зависимости является относительно большой участок устойчивого движения ($\lambda=1$, $m=17-29$, кроме $\lambda_{16,25} = 1.89$), за которым начинается быстрое развитие неустойчивости. Важно отметить, что самые ранние надежные наблюдения кометы приходятся уже на устойчивый участок (-86 г., $n=28$). Иными словами, экстраполяция траектории в отсутствие каких-либо наблюдательных данных фактически попадает как раз на ее неустойчивый отрезок. В конце экстраполяции фактор ошибок достигает величины $f_{16,44} \sim \lambda_{16,44} \approx 700$.

В качестве начальной ошибки δt_n естественно принять в указанном случае среднеквадратичное отклонение расчетных значений t_m от наблюдаемых на устойчивом интервале $m=17-28$. Из данных табл. 5 в работе [6] находим: $\delta t_n = 2.7$ дня. Значения $\ln(|\delta t_m|/\delta t_n)$ показаны на рис. 6 квадратами.

В конце интервала экстраполяции ошибка $\delta t_{44} \approx \delta t_n \cdot f_{16,44} \sim 5$ лет достигает недопустимо больших значений, поэтому экстраполяция справедлива только примерно до $m=35$ (-615 г.), когда $\delta t_{35} \sim 200$ дней.

Для проверки полученных оценок мы провели такую же экстраполяцию с помощью нашей модели (3). Аналогично работе [6], мы несколько подкорректировали ω_{16} , чтобы уменьшить δt_{25} (141 г.). Фактически в [6] корректировался эксцентриситет ϵ ; интересно отметить, что относительные поправки в обоих случаях оказались очень близкими: $|\Delta\epsilon|/(1-\epsilon) \approx |\Delta\omega|/\omega \approx 2.2 \times 10^{-4}$. Начальная ошибка для нашей модели, определенная тем же способом, равна $\delta t_{in} \approx 19$ дней, что находится в разумном согласии с оценкой точности модели (5) и всего в 7 раз больше, чем в [6]. Возможно, что относительно большие ошибки в [6] объясняются сближениями кометы с Землей, что не учитывается в нашей моде-

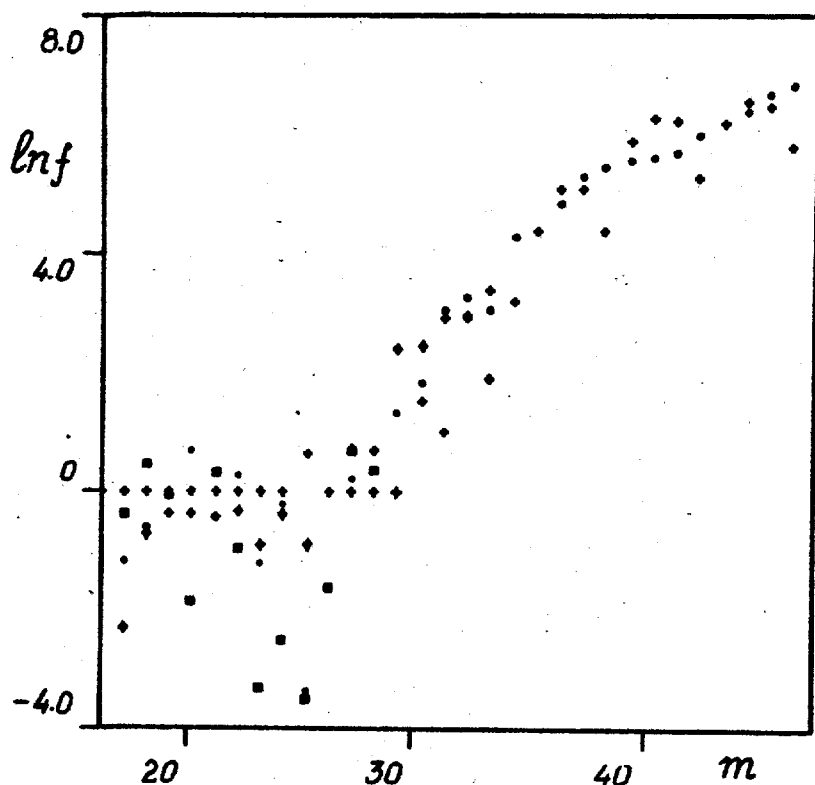


Рис. 6. Ошибки экстраполяции хаотической траектории кометы Галлея (с 837 г. по —1403 г.). На оси ординат отложен $\ln(|\delta t_m|/\delta t_{in}) = \ln f$ по данным [6] — квадраты; по данным [13] — ромбы; наша модель (3) — точки; $\ln \lambda_{16,t}$ — кресты; (см. текст).

ли. Модельные результаты для $\ln(|\delta t_m|/\delta t_{in})$ показаны на рис. 6 точками и прекрасно демонстрируют «неожиданное» развитие неустойчивости.

Наконец, можно сравнить траекторию кометы в [6] с более поздним расчетом [13] (табл. 8, вариант 1): результат представлен на

рис. 6 ромбами; среднеквадратичная разница между этими двумя траекториями на устойчивом участке $\delta t_n \approx 0.9$ дня. В конце экстраполяции траектории из [13] фактор ошибок достигает величины $f_{16,33} \sim \lambda_{16,33} \approx 30$, а разница между траекториями $\delta t_{33} \sim 27$ дней.

Все эти данные определенно указывают на быстрый рост ошибок экстраполяции в рассматриваемом интервале времени. Это объясняет, возможно, трудности согласования экстраполированных в прошлое траекторий кометы Галлея с наблюдательными данными около —465 г. и —615 г. [13].

Важно подчеркнуть, что рост ошибок (рис. 6) связан только с возмущением от Юпитера и Сатурна и никак не учитывает влияние Земли, которое, вообще говоря, еще более увеличивает ошибки. Отметим, что качественно эффект роста ошибок в простой модели трех тел наблюдался в работе [14] и определенно следует из результатов работы [5].

Для сравнения отметим, что точность расчета устойчивого (квазипериодического) движения планет Солнечной системы на том же интервале времени характеризуется эквивалентной ошибкой $\delta t \sim 1$ день, которая слабо зависит от времени ([6], табл. 2).

В отличие от экстраполяции интерполяция хаотической траектории может быть осуществлена с гораздо большей точностью. Это демонстрируется, в частности, и неожиданно малыми ошибками нашей чрезвычайно простой модели (3). Упомянем парадоксальный на первый взгляд факт, что интерполяция тем легче (требует тем меньших изменений начальных условий и/или параметров системы), чем сильнее локальная неустойчивость движения. Это — свойство грубости хаотической динамики, которое обеспечивает также устойчивость статистических характеристик.

Отметим, что большие абсолютные ошибки δt_n расчетной траектории на интервале экстраполяции в работе [6] несколько не мешают нам использовать такую траекторию для вычисления функции возмущения $F(x)$ (п. 2), поскольку при этом обрабатываются только три последовательных значения t_n . Иначе говоря, точность определения $F(x)$ зависит от ошибок расчета только двух оборотов кометы.

5. ЛОКАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ДИФфуЗИИ ХАОТИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

В пределах хаотической компоненты движения возмущение $F(x)$ вызывает диффузию по ω . Если бы фазы возмущения x_n были не только случайными, (п. 3), но и статистически независимы-

ми, то скорость диффузии определялась бы просто квадратом возмущения (см. например, [1, 2]):

$$D = D_0 = \frac{\langle (\Delta \omega)^2 \rangle}{m} = \langle F^2(x) \rangle \approx \frac{A_J^2}{3} \approx 1.3 \times 10^{-5}. \quad (24)$$

Такой предельный случай имеет место при $\omega \ll \omega_{cr}$, когда все фазы являются неустойчивыми (п. 3). Вклад Сатурна пренебрежимо мал ($A_S^2/A_J^2 \approx 0.03$).

С ростом ω энтропия движения уменьшается (13), что приводит к появлению временных корреляций и замедлению диффузии. Это становится особенно существенным при $\omega > \omega_{cr}$ из-за образования областей регулярного движения (рис. 5). Именно такая картина имеет место для современного $\omega_1 \approx 0.3$.

Локальная скорость диффузии (при малом изменении ω) определялась численно по 1024 траекториям, длиной 46 итераций каждая, с немного различными начальными условиями. Фурье-приближение для возмущения дает $D(\omega_1) \approx 5.6 \times 10^{-6}$; в приближении пыли $D \approx 6.0 \times 10^{-6}$. Это примерно в два раза меньше D_0 (24). «Выключение» возмущения от Сатурна несколько замедляет диффузию ($D \approx 4.4 \times 10^{-6}$) за счет усиления корреляций.

Чтобы учесть действие остаточного возмущения F_R (п. 2), мы добавляли в отображение (3) случайное слагаемое той же среднеквадратичной величины. Скорость диффузии при этом практически не изменилась: $D \approx 5.5 \times 10^{-6}$ (для основного возмущения применялось фурье-приближение).

Наконец, можно использовать непосредственно наблюдательные данные (табл. 1), что эквивалентно одной траектории в предыдущем методе. Это дает близкое значение $D \approx 7.4 \times 10^{-6}$.

При дальнейшем увеличении ω скорость диффузии быстро падает; так, например, $D(0.7) \approx 2.7 \times 10^{-6}$.

6. ГЛОБАЛЬНАЯ ДИНАМИКА КОМЕТЫ ГАЛЛЕЯ

Простая модель (3) не учитывает изменения других (кроме ω) параметров орбиты, и поэтому ее применение ограничено относительно коротким интервалом времени.

Наиболее существенным эффектом является периодическое пересечение орбит кометы и Юпитера вследствие прецессии перигелия с периодом $N_p \approx 440$ оборотов кометы [6]. При этом мини-

мальное расстояние между кометой и Юпитером s может существенно уменьшаться по сравнению с современным значением $s_1 = \sin i \approx 0.3$. Помимо увеличения средней скорости диффузии возможен и однократный выброс кометы из Солнечной системы в результате единственного сближения с Юпитером. Грубую оценку вероятности такого выброса можно получить следующим образом.

Используем аналитическую аппроксимацию возмущения (7) с параметрами

$$A = \frac{A_1}{2} \frac{s_1}{s} = \frac{A_1}{2} \frac{d_1}{d}, \quad d = d_1 \sin \left(2\pi \frac{m}{N_p} \right). \quad (25)$$

где индексом 1 отмечены современные значения величин; m — номер оборота кометы, отсчитываемый приблизительно от момента пересечения орбит ($m_1 \approx N_p/4$), а множитель $1/2$ учитывает, что только одно из двух сближений может быть тесным при $s \ll s_1$. Условие выброса имеет вид: $F < -\omega$, что возможно только для $|m| \lesssim A_1 N_p / 4\pi\omega \approx 0.7$ ($\omega = 0.3$), т. е. примерно на $8|m| \approx 6$ оборотах из каждых $N_p = 440$. Вероятность выброса кометы на таком особом обороте $p_1 = A_1 d_1 / \omega \approx 10^{-3}$ ($\omega = 0.3$). Она определяется попаданием в очень узкий интервал фазы x , где $F < -\omega$. Среднее время жизни кометы до выброса

$$N_{ej} \approx \frac{N_p}{8|m|p_1} \approx \frac{\pi}{2d_1} \left(\frac{\omega}{A_1} \right)^2 \approx 10^5 \quad (26)$$

оказывается очень большим и значительно превышает диффузионное время (см. ниже). Отметим, что вероятность падения кометы на Юпитер еще примерно в 100 раз меньше.

Для оценки средней скорости диффузии в приближении независимых фаз усредним выражение (24) с учетом (25) по m :

$$\overline{D_0} \approx D_0 \cdot 6d_1 \cdot \ln N_p \approx 2D_0. \quad (27)$$

Таким образом, несмотря на пересечение орбит, порядок средней скорости диффузии не изменяется.

Используя формулу (13) для параметра неустойчивости k и аппроксимацию возмущения (7), (25), легко убедиться, что ширина интервала неустойчивых фаз не зависит от d . Поэтому корреляции фазы x сохраняются и при $d \ll d_1$, а, значит, фактическая средняя скорость диффузии $\overline{D}(\omega)$ также будет порядка $D(\omega)$ в модели (3).

Другим существенным для глобальной динамики кометы неучтенным фактором является, по-видимому, диффузия по наклону i , поскольку возмущение $F(x) \propto (\sin i)^{-1}$ (7). Роль этого эффекта можно грубо оценить из наблюдательных данных, приведенных в [6] (табл. 4). Максимальное относительное изменение $\sin i$ на рассматриваемом интервале времени равно

$$\frac{\sin i_{\max}}{\sin i_{\min}} - 1 = 0.086.$$

Это сравнимо с аналогичным диффузионным изменением ω :

$$\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} - 1 = 0.111.$$

Отсюда следует, что хотя диффузией по i и нельзя пренебречь полностью, она вряд ли изменит порядок величины времени жизни кометы в Солнечной системе, особенно учитывая большие флуктуации этого времени (см. ниже).

Это позволяет по-прежнему использовать модель (3) для грубых предварительных оценок глобальной динамики кометы.

В приближении «пилы» единая хаотическая компонента неограничена по ω из-за медленного убывания амплитуд фурье-гармоник возмущения [4, 11, 12]. Для реального гладкого возмущения хаотическая компонента ограничена сверху: $\omega \leq \omega_B$. Однако, эта граница значительно выше $\omega_1 \approx 0.3$ и поэтому несущественна в рассматриваемой задаче. Численное моделирование показывает, что во всяком случае $\omega_B > 0.6$ (период кометы $P < 2.15 = 25.5$ лет).

Важно, что в другую сторону хаотическая компонента простирается до $\omega = 0$, т. е. до выхода кометы из Солнечной системы по гиперболической траектории вследствие диффузии по ω . В приближении независимых фаз (24) диффузионное время жизни кометы равно

$$N_D \sim \frac{\omega^2}{D_0} \approx \frac{3\omega^2}{A_J^2} \lesssim 10^3,$$

$$t_D = N_D \langle \omega^{-3/2} \rangle \approx 4N_D \omega^{-3/2} \sim 3 \times 10^5 \sqrt{\omega} \lesssim 10^6 \text{ лет}, \quad (28)$$

где начальное $\omega \lesssim \omega_{cr} \approx 0.12$ ($P_{cr} \approx 290$ лет).

Интересно сравнить N_D с временем выброса (26):

$$\frac{N_D}{N_{ej}} \approx 2d_1 \approx 0.1. \quad (29)$$

Отметим, что хотя выражение для N_{ej} имеет «диффузионный» вид, выброс не связан с хаотичностью движения, а оценка (26) остается справедливой и для регулярных траекторий, если только фаза x пробегает все значения (вращается):

Процесс диффузии по ψ продолжается до $\psi_{\min} \sim A_J \approx 0.006$, что соответствует периоду кометы $P_{\max} \sim 26000$ лет и ее наибольшему удалению от Солнца $2a_{\max} \sim 1700$ а. е.

Численное моделирование проводилось по 40 траекториям отображения (3) с начальными условиями из табл. 1. Из-за локальной неустойчивости движения все эти траектории, конечно, быстро расходились друг от друга и давали совершенно различные значения времени жизни

$$1374 < N_D < 10^5, \quad 5.3 \times 10^5 \lesssim t_D \text{ (лет)} < 2 \times 10^7.$$

Последнее отражает сильные флуктуации диффузии, особенно при $\psi > \psi_{cr}$. Пример полной фазовой траектории кометы приведен на рис. 7.а. Среднее значение диффузионного времени жизни кометы равно

$$\overline{N_D} \approx 1.8 \times 10^4; \quad \overline{t_D} \approx 3.9 \times 10^6 \text{ лет};$$

ее средний период за время жизни $\overline{P_D} = \overline{t_D} / \overline{N_D} \approx 220$ лет, а средняя скорость глобальной диффузии $\overline{D_G} \approx \omega_1^2 / \overline{N_D} \approx 5 \times 10^{-6}$, что близко к скорости локальной диффузии (п. 5).

Характерной особенностью диффузии является ее преимущественная направленность в сторону уменьшения ψ , что связано с ростом скорости диффузии при малых ψ .

Время жизни кометы существенно зависит от относительно слабого возмущения Сатурном (8); при «выключении» последнего оно резко возрастает до $\overline{N_D} \approx 6 \times 10^5$ оборотов кометы ($\overline{t_D} \approx 6 \times 10^7$ лет) (см. рис. 5,а). Это вызвано «застреванием» траектории в узких (по ψ) слоях. В этих условиях даже небольшое дополнительное возмущение заметно сокращает время жизни. Средний период кометы $\overline{P_D} \approx 100$ лет близок к начальному $P_1 \approx 76$ лет.

Поскольку в рассматриваемой модели диффузия идет симметрично в обе стороны по времени, то полное время пребывания ко-

меты в Солнечной системе равно $2\overline{N_D}$, что, конечно, не изменяет порядка величины из-за сильных флуктуаций.

Разумеется, фактическое время жизни кометы может определяться совершенно другими физическими процессами, например, ее

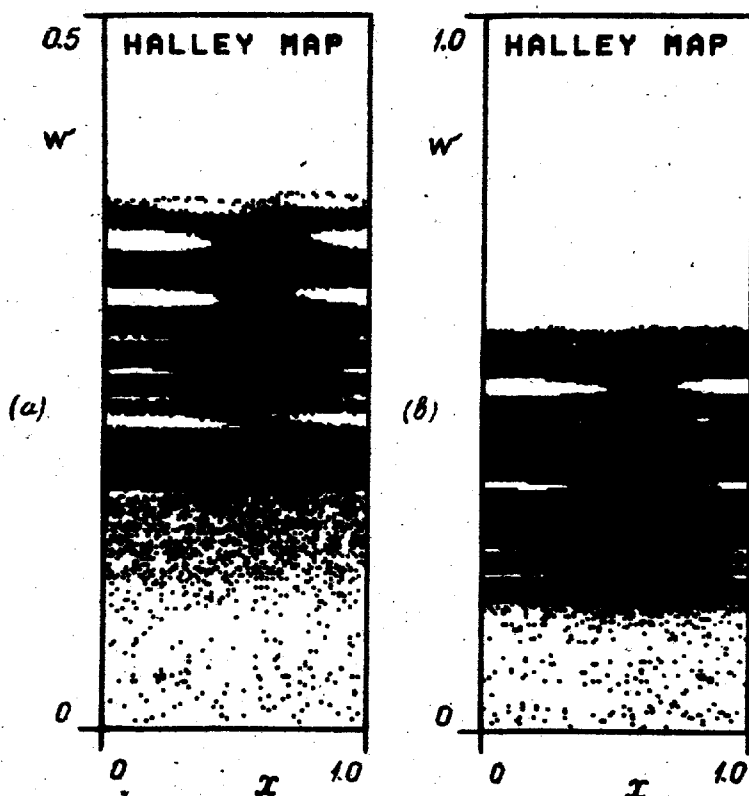


Рис. 7. Примеры глобальной динамики кометы Галлея согласно модели (3), $N_D \approx 4.1 \times 10^4$, $t_D \approx 4.5 \times 10^6$ лет (a); с учетом переменного негравитационного ускорения (30), $\overline{F} = 3 \times 10^{-5}$, $N_{ev} = 10^3$, $\tilde{N}_{Dd} \approx 3.1 \times 10^5$, $\tilde{t}_{Dd} \approx 2.1 \times 10^7$ лет (b).

испарением. По последним данным [15] это время составляет всего около $N_{ev} \approx 4000$ оборотов кометы. Такое ограничение, однако, отсутствует назад по времени.

Еще один существенный эффект связан с систематическим изменением (дрейфом) w . Физической причиной дрейфа является так называемое поперечное негравитационное ускорение (сила), связанное с испарением кометы вблизи Солнца [16]. Используя последние данные для параметров негравитационной силы [7, 13], находим:

$$\frac{dw}{dn} = \overline{F(x)} \approx +3 \times 10^{-5}$$

при движении назад по времени. При движении вперед по времени ($\bar{F} < 0$) это привело бы к выходу кометы из Солнечной системы через $N_d \approx \omega_1 / \bar{F} \approx 10^4$ оборотов, что заметно меньше $\bar{N}_D \approx 1.8 \times 10^4$. По этой причине совместное действие диффузии и дрейфа еще больше сократит время жизни кометы. Численное моделирование дает $\bar{N}_{Dd} \approx 6600$.

Значительно более сильное влияние дрейфа наблюдается при моделировании движения кометы в прошлое ($\bar{F} > 0$). В этом случае спустя некоторое время изменение ω определяется практически только дрейфом, т. е. ω все время возрастает. Причиной этого является быстрое падение скорости диффузии с увеличением ω (п. 5).

Учтем теперь возможное изменение негравитационных сил со временем. Одной из причин такого изменения может быть уменьшение массы кометы вследствие испарения и, соответственно, рост негравитационного ускорения. Естественным масштабом этого процесса является время испарения кометы $N_{ev} \approx 4000$ оборотов [15]. На этом основании мы модифицировали выражение для скорости дрейфа следующим образом (движение назад по времени, $\bar{F} > 0$):

$$\frac{d\omega}{dn} = \frac{\bar{F}}{1 + \frac{n}{N_{ev}}} = \bar{F}(n). \quad (30)$$

Уменьшение скорости дрейфа $\bar{F}$ со временем приводит в конце концов к чисто диффузионному процессу, но время жизни кометы существенно возрастает по сравнению с диффузией без дрейфа. По результатам численного моделирования $\bar{N}_{Dd} \gtrsim 5 \times 10^5$. Даже при уменьшении N_{ev} до 10^3 среднее время жизни $\bar{N}_{Dd} \approx 1.4 \times 10^5$ все еще значительно превышает $\bar{N}_D \approx 1.8 \times 10^4$. Пример такой траектории с $\bar{N}_{Dd} = 3.1 \times 10^5$ показан на рис. 7, б. В этих условиях важную роль могут играть изменения наклона i , а также выброс кометы Юпитером (26). Все это требует дальнейшего более подробного рассмотрения.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построенная в настоящей работе чрезвычайно простая модель динамики кометы Галлея позволяет исследовать существенные осо-

бенности эволюции ее орбиты как на относительно коротком, так и на очень большом интервалах в обе стороны по времени. Численное моделирование и аналитические расчеты показывают, что движение кометы Галлея является хаотическим, и позволяют получить оценки роста ошибок экстраполяции ее траектории. Мы хотим особо подчеркнуть, что средний рост ошибок определяется, в основном, возмущением от Юпитера, а не сближениями кометы с Землей, как обычно считается [6, 13]. Отметим еще раз, что для любой хаотической траектории все ошибки растут со временем экспоненциально, а не по степенному закону, как иногда предполагается [19]. Повышение точности счета помогает в этом случае лишь на коротком интервале времени, в чем легко убедиться, изменив слегка начальные условия.

Поскольку хаотическое движение имеет непрерывный фурье-спектр по времени, то так называемый «метод циклов», т. е. поиски соизмеримостей в динамике кометы, Юпитера и Сатурна [17], здесь совершенно неприменим. В этом проявляется качественное отличие хаотического движения от регулярного (квазипериодического), например, движения планет, где этот метод успешно используется.

Подчеркнем в этой связи, что возмущение кометы является регулярным, а используемое в нашей модели остаточное возмущение в виде слабого шума не изменяет характера движения.

Хаотичность траектории кометы приводит к диффузии ее орбиты в обе стороны по времени, так что в конечном счете комета покидает Солнечную систему. Численное моделирование показывает, что время пребывания кометы в Солнечной системе существенно зависит от малых негравитационных сил, действующих на комету вблизи Солнца. Интересно отметить, что повторяющееся пересечение орбит кометы и планет лишь незначительно уменьшает время жизни кометы.

Все вычисления проводились на быстром персональном компьютере «Одренок», разработанном и изготовленном в Институте ядерной физики СО АН СССР [20]. Мы глубоко признательны А.Н. Алешаеву, С.Д. Белову, В.Р. Козаку, Э.А. Куперу, Г.С. Пискунову и С.В. Тарарышкину за многочисленные советы и помощь.

Мы благодарны также Ф.М. Израйлеву и Д.Л. Шепелянскому за интересные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем.—М.: Наука, 1984.
2. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика.—М.: Мир, 1984.
3. Арнольд В.И. ДАН, 1964, т.156, с.9.
4. Chirikov B.V. Phys. Reports, 1979, v.52, p.263.
5. Petrosky T.Y. Phys. Lett. 1986, v.A117, p.328.
6. Yeomans D.K., Kiang T. Mon. Not. R. Astr. Soc., 1981, v.197, p.633.
7. Калюка Ю.Ф., Тарасов В.П., Тихонов В.Ф. Письма в АЖ, 1985, т.11, с.778.
8. Беляев Н.А., Чурюмов К.И. Комета Галлея и ее наблюдение.— М.: Наука, 1985.
9. Brady J.L. and Carpenter E. Astron. J., 1971, v.76, p.728.
10. Kiang T. Mem. R. Astr. Soc., 1971, v.76, p.27.
11. Chirikov B.V., Keil E. and Sessler A.M. J. Stat. Phys., 1971, v.3, p.307.
12. Chirikov B.V., Izrailev F.M. Colloques Intern. du CNRS., N 229, (Toulouse, 1973). Paris, 1976, p.409.
13. Landgraf W. Astron. Astrophys., 1986, v.163, p.246.
14. Kiang T. In: Dynamics of the Solar System.—IAU Symp., N 81, Dordrecht, Holland, 1979, p.303.
15. Боярчук А.А., Гринин В.П., Зверева А.М. и др. Письма в АЖ, 1986, т.12, с.696.
16. Marsden B.G., Sekanina Z. and Yeomans D.K. Astron. J., 1973, v.78, p.211.
17. Kamieński M. Acta Astron., 1962, v.12, p.227.
18. Чириков Б.В. В кн: Вопросы теории плазмы, вып.13, ред. Кадомцев Б.Б.—М.: Энергоатомиздат, 1984, с.3.
19. Казимирчак-Полонская Е.И. В кн: Астрометрия и небесная механика. М.—Л.: Наука, 1978, с.340.
20. Пискунов Г.С., Тарарышкин С.В. Автометрия, 1986, № 4, с.32.
21. Physics Today, September 1985, p.17.

В.В. Вечеславов, Б.В. Чириков

Хаотическая динамика кометы Галлея

Ответственный за выпуск *С.Г. Попов*

Работа поступила 23 декабря 1986 г.
Подписано в печать 30.12.1986 г. МН 11920
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,5 печ.л., 1,2 уч.-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 184

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*