

О Т Ч Е Т

г.н.с. теоретдела Института ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН
ак. Чирикова Б.В. за 2001 г.

НАУКА

Продолжены численные эксперименты и теоретические исследования по хаосу в классических динамических системах.

Первоначально предполагалось исследовать, в первую очередь, несколько нерешенных в прошлогодних работах очень интересных вопросов. Это

- (1) распространение механизма сохранения сепаратрисы на дробные резонансы [4];
- (2) механизм возникновения инвариантных кривых с рациональными числами вращения $\nu = m/n$, т.е. трансформация дробных резонансов в инвариантные кривые как это наблюдалось нами для случая $\nu = 1/3$;
- (3) причина сильного (на три порядка) подавления "неправильных" флуктуаций в системе с конечной релаксацией по сравнению с бесконечной "релаксацией" в неравновесном стационаре [3];
- (4) детальное исследование введенных нами характеристик хаотической динамики - термодинамическая стрела и стрела причинности, их обратимость во времени и соотношение между собой [2].

Однако развитие науки (как и все прочие виды творческой деятельности) само является хаотическим процессом (теорема Алексева - Брудно в моей интерпретации [6]) в противоположность глубоко укоренившейся у нас наивной вере в возможность планировать все на свете. Ярким примером такого хаоса служит внезапная кардинальная перестройка РАН, объявленная на последнем Общем собрании без какой-либо подготовки и обсуждения (!?). Неудивительно, что и наши дальнейшие исследования пошли совсем по другому пути.

Так, вместо пп. 1 и 2 выше мы углубились (по-прежнему с В.В. Вечеславовым (ИЯФ)) в изучение статистики глобальной диффузии (ГД) в новом классе динамических систем с виртуальными инвариантными кривыми (ВИК). Использовались те же модели, что и в предыдущих работах, заданные гладким 2D-отображением на фазовом цилиндре. В такой системе любая глобальная (охватывающая цилиндр) инвариантная кривая (ГИК) полностью запирает ГД, т.е. качественно изменяет характер процессов переноса. При этом в гладких системах, в отличие от аналитических, ГИК разрушается, вообще говоря, при любом возмущении $\epsilon > 0$. Однако предыдущие математические работы показали, что это не всегда так и ГИК, включая нерасщепленные сепаратрисы резонансов, могут сохраняться на некотором счетном множестве специальных значений $\epsilon = \epsilon_m$ (см. отчет за 2000 г.). Именно поэтому мы и продолжаем исследовать гладкие системы, которые служат хорошим приближением для некоторых реальных физических систем с аналитическим гамильтонианом.

В гладких моделях таких систем возникает следующая интересная проблема. С одной стороны, вероятность появления хотя бы одной ГИК при случайном выборе параметра ϵ равна нулю. Однако с другой стороны, плотность специальных значений ϵ_m может быть весьма большой. Во всяком случае, она неограниченно растет при $\epsilon \rightarrow 0$, например по закону $\rho(\epsilon) = dm/d\epsilon \sim 1/\epsilon^{3/2}$, если $\epsilon_m \sim 1/m^2$ [4]. Спрашивается,

могут ли и как такие виртуальные (наш термин) инвариантные кривые (ВИК) существенно влиять на ГД? Этот вопрос настолько заинтересовал нас, что в какой-то момент мы решили сосредоточиться именно на этой проблеме. Как обычно, такого рода проблемы слишком сложны для чисто теоретического, и тем более строго математического решения, однако относительно легко поддаются исследованию с помощью численных экспериментов на компьютере. Наши результаты изложены в работе [5]. Основным является обнаруженное в экспериментах подавление средней (по многим траекториям) скорости диффузии при любом ϵ , тем сильнее, чем выше плотность ВИК $\rho(\epsilon)$. Зависимость этой плотности и определяемого ею фактора подавления диффузии $F(\epsilon)$ оказалась очень сложной, по-видимому фрактальной. Во всяком случае, интегральное распределение F (по числу случайно выбранных значений параметра ϵ) является степенным: $P(F) \approx 2/F^\sigma$, причем с очень маленьким критическим показателем фрактальной структуры $\sigma \approx 0.15$. Последнее приводит, в частности, к расходимости как среднего значения F , так и его дисперсии пропорционально времени движения. Полученное распределение позволяет объяснить [5] непонятное до сих пор "застывание" траектории, обнаруженное в старой работе [7] (кстати, как это не удивительно, на той же самой модели!).

В настоящее время мы продолжаем исследование статистических характеристик диффузии в критической структуре нашей модели. Наш интерес к этой проблеме "подогревается" тем, что в нашей модели возможен новый тип критической структуры, определяемый ВИК. Эффект отдельных ВИК рассматривался и ранее, однако в нашей модели их очень много (при $\epsilon \rightarrow 0$), и это кардинально меняет структуру хаоса, превращая его в очень сложное фрактальное образование. Теперь мы изучаем статистику отдельных траекторий, которая позволяет выявить более тонкие особенности фрактальной структуры. В частности, характерное семейство степенных распределений становится при этом значительно богаче, чем для средних значений, изученных нами ранее.

Что же касается моих планов по пп. 3 и 4, то по ряду причин их реализация (совместно с О.В. Жировым, ИЯФ) значительно задержалась, и к концу отчетного года нам не удалось получить каких-либо существенно новых результатов. Однако, по крайней мере я сам, полон решимости продолжать (несмотря на хаос в науке!) исследование этих интересных вопросов в следующем году. Особенно это касается п.4 - загадочной связи чрезвычайно специфических статистических законов и кажущегося динамическим "принципа" причинности. Пожалуй, основная трудность исследования этой проблемы состоит в ее правильной формулировке, которая бы четко выделяла физическую сторону вопроса на фоне бесконечных туманных философских дискуссий.

Работы частично поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований, грант 01-02-16836.

Публикации и ссылки

1. B.V. Chirikov, Big Entropy Fluctuations in Nonequilibrium Steady State: A Simple Model with Gauss Heat Bath, *ЖЭТФ* **119**, 205 (2001).
2. B.V. Chirikov and O.V. Zhirov, Big Entropy Fluctuations in Statistical Equilibrium: The Macroscopic Kinetics, nlin.CD/0010056, 2000; *ЖЭТФ* **120**, 214 (2001).
3. B.V. Chirikov and O.V. Zhirov, Big Entropy Fluctuations in Statistical Equilibrium: The Fluctuation Law, nlin.CD/0102028, 2001
4. В.В. Вечеславов, Б.В. Чириков, Механизм сохранения сепаратрисы нелинейного резонанса в условиях сильного хаоса, *ЖЭТФ* **120**, 740 (2001).
5. В.В. Вечеславов, Б.В. Чириков, Диффузия в гладких гамильтоновых системах, препринт ИЯФ 01-59, Новосибирск, 2001.
6. B.V. Chirikov, Patterns in chaos, *Chaos, Solitons and Fractals* **1**, 79 (1991).
7. B.V. Chirikov, E. Keil and A. Sessler, *J. Stat. Phys.* **3**, 307 (1971).

ОРГРАБОТА

1. Ученый совет ИЯФ
2. Спецсовет Д.003.016.01 при ИЯФ
3. Объединенный ученый совет СО РАН по физико-техническим наукам
4. Редколлегия международных журналов "Chaos, Solitons & Fractals" и "Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation"

Б.В. Чириков

13 января 2002 г.