

Д О К Л А Д Ы

АКАДЕМИИ НАУК СССР

1964

ТОМ 159

№ 2

5834/11



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. С. А. Векшинский, акад. Б. А. Казанский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. Д. С. Коржинский, акад. С. А. Лебедев, акад. А. П. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин, акад. А. Л. Яшин

32-й ГОД ИЗДАНИЯ

1964

5834/н

ТОМ 159, № 2

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр.

- В. Ш. Бурд. К задаче о разветвлении почти-периодических решений нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений 239
- В. Ф. Гапошкин. О сходимости ортогональных рядов 243
- Б. П. Гейдман. Объект centro-проективной связности на многообразии с почти комплексной структурой 247
- Ю. К. Демьянович. Метод сеток для некоторых задач математической физики 250
- А. Д. Джабраилов. О некоторых функциональных пространствах. Прямые и обратные теоремы вложения 254
- М. М. Джрбашян. Об интегральных преобразованиях в комплексной области 258
- С. Г. Крейн. О колебаниях вязкой жидкости в сосуде 262
- Е. Ф. Мищенко. О вероятности попадания случайной точки в малую окрестность движущегося многообразия 266
- В. К. Романко. Граничные задачи для операторов по двум переменным с неоднородной главной частью 269
- М. А. Рутман. Об ограниченности решений некоторых линейных уравнений в частных разностях 273
- М. П. Семенов. О разрешимости граничных задач для квазилинейных эллиптических систем 276
- И. Б. Симоненко. Сингулярные интегральные уравнения с непрерывным и кусочно непрерывным символом 279
- А. В. Скороход. О мультипликативных равномерно непрерывных семействах случайных вероятностных операторов 283
- А. Янушаускас. Задача Коши для уравнения Лапласа и операция умножения для гармонических функций 286

КИБЕРНЕТИКА И ТЕОРИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ

- Х. А. Мадатян. О синтезе схем, корректирующих размыкание контактов 290

АСТРОНОМИЯ

- С. В. Маева. Некоторые расчеты термической истории Марса и Луны 294

ФИЗИКА

- А. И. Ахиезер, М. П. Рекало. Соотношения между амплитудами фоторождения в модели унитарной симметрии 298
- Л. Ф. Верещагин, С. В. Стародубцев, М. С. Юнусов. Окрашивание и люминес-

	Стр.
С. Н. Журков, А. Я. Савостин, Э. Е. Томашевский. Изучение механизма разрушения полимеров методом э.п.р.	303
Г. М. Заславский, Б. В. Чириков. О механизме ускорения Ферми в одномерном случае	306
В. Г. Соловьев. Структура возбужденных состояний с $K\pi = 2 +$ четно-четных деформированных ядер	310
Е. Е. Тареева. Об одной модели в теории сверхпроводимости	314
ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА	
А. Л. Ройтбурд, М. П. Усиков, Л. М. Утевский. О механизме пластической деформации при стационарной ползучести металлов	317
ГЕОФИЗИКА	
Ю. В. Ризниченко. Определение потока энергии очагов землетрясений на основе сейсмической активности	321
ГЕОЛОГИЯ	
В. П. Бобров, С. М. Корневский. Стратиграфия соленосных отложений новой Краматорской свиты Донецкой перми	323
М. И. Варенцов, В. И. Дитмар, А. Б. Ли, Е. И. Шамова. О возрасте каменной соли в диапировых структурах Чу-Сарысуйской впадины	327
Г. Г. Королев. Новые данные о стратиграфии и тектонике мезозоя Удского прогиба (Дальний Восток)	330
Л. Н. Кудрин, Л. В. Бурындына, Т. А. Кириллова. Новые данные о возрасте слоев с <i>Candorbulina universa</i>	333
ГИДРОГЕОЛОГИЯ	
В. Н. Корценштейн. Глубинный геотермический режим Южно-Мангышлакского прогиба	336
ПЕТРОГРАФИЯ	
В. Б. Крюков. Дайки замещения в районе Абаканского железорудного и Харраджульского медно-кобальтового месторождений	340
В. Д. Пампура, Г. Г. Афоньна. Гидротермальная аргиллизация гранитоидов близ кварцево-молибденитовых жил Шахтаминского месторождения (Восточное Забайкалье)	344
П. П. Смолин. Формационные типы гипербазитов и их минерогенез *	348
ГЕОХИМИЯ	
В. В. Ляхович. Особенности содержания редких элементов в шпировых выделениях гранитов	351
В. А. Филонов. Уран в нефтях Днепровско-Донецкой и Припятской впадин	355
ПАЛЕОНТОЛОГИЯ	
А. Г. Вологдин. О сложноперегородочных археоциатах верхнемонокской свиты кембрия Западного Саяна	357
ХИМИЯ	
Т. А. Богданова, В. В. Моржей, И. В. Калечиц. Взаимные превращения стереоизомерных 1,3-диметилциклопентанов при аналитическом дегидрировании	361
Л. С. Бреслер, Е. Н. Кропачева, И. Я. Поддубный, В. Н. Соколов. О механизме полимеризации диенов под влиянием комплексных катализаторов на основе соединений кобальта	363
Э. В. Кухарская, Ю. И. Скорик. Действие хлористого тиофила на силоксановую связь в ультразвуковом поле	369
О. Нейланд, Г. Ванег. Фенилйодонирование некоторых трифенилфосфоранов	373
А. Н. Несмеянов, К. Н. Анисимов, Н. Е. Колобова, А. С. Бесчастнов. Биядерные производные карбониллов молибдена, вольфрама, марганца и рения	377
А. В. Николаев, А. А. Колесников, Т. П. Смирнова. Экстракционная система $\text{La}(\text{NO}_3)_3 - \text{NH}_4\text{NO}_3 - \text{H}_2\text{O} - (\text{C}_4\text{H}_9\text{O})_3\text{PO}$	379
Г. А. Разуваев, В. Н. Латяева, Л. И. Вышинская. Распад бисциклопентадииенильных производных титана в растворителях	383
А. И. Титов, М. В. Сизова, П. О. Гитель. Новая реакция получения β -хлоралкилдихлорфосфинов из олефинов по ионному механизму	385
И. А. Тугорский, С. В. Новиков, Б. А. Догадкин. Взаимодействие полихлоропрена с тиобензойной кислотой	389
П. П. Шорыгин, В. П. Рощупкин, А. Х. Хоменко. Закономерности взаимного влияния атомных групп, примыкающих к метиленовому мостику	391

* Статья печатается вторично, так как по техническому недосмотру в тексте ее, напечатанном в ДАН, т. 155, № 3 (1964 г.), пропущена таблица, имеющая важнейшее значение для содержания статьи.

- Н. И. Шуйкин, Г. К. Василевская. Таутомерия бромистого тетрагидрофурурила в условиях синтеза Гриньяра 395

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Ю. М. Боярчук, В. Н. Никитин. Изменения интенсивностей инфракрасных полос поглощения С=О и N—H групп в N-монозамещенных амидах при образовании водородной связи 397
- С. С. Духин, Б. В. Дерягин. Применение термодинамики необратимых процессов к теории капиллярного осмоса и диффузиофореза 401
- С. И. Кричмар, К. Ф. Афендик. Природа поляризации при анодном растворении меди в концентрированных растворах H_3PO_4 405
- В. С. Крылов, В. Г. Левич. Влияние дискретности адсорбированного заряда на межфазное поверхностное натяжение 409
- И. Л. Ройх, Л. Н. Колтунова, В. Е. Толкачев, В. П. Кириченко. Исследование атмосферной коррозии вакуумных конденсатов переменного состава системы Mg — Zn 413

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

- В. Н. Вигдорович, В. В. Марычев. Выращивание кристаллов WO_3 и MoO_3 из расплавов криолит — окисел 416
- Л. Я. Гольдштейн, С. Д. Окороков. О возможности значительного повышения содержания свободной CaO и MgO в порландцементе при получении их методом плавления 420
- В. С. Комаров, Н. Ф. Ермоленко, В. И. Варламов, А. С. Фалина. Способ получения катализаторов крекинга на основе каолинов 423

ГИСТОЛОГИЯ

- В. И. Штильбанс. Начальные этапы дифференцировки нейронов спинальных ганглиев куриного зародыша 427

ЭКОЛОГИЯ

- А. И. Смирнов. Нерестовый этап развития и его специфика 431

МИКРОБИОЛОГИЯ

- Н. А. Красильников, В. И. Дуда, А. А. Соколов. Новые типы спороношения у бактерий-анаэробов 434
- С. Б. Петрикевич, Г. Е. Данильцева, М. Н. Мейсель. О накоплении и химическом изменении 3,4-бензпирена микроорганизмами 436

БИОФИЗИКА

- Н. Л. Делоне, В. Ф. Быковский, В. В. Антипов. Возникновение нарушений механизма митоза в микроспорах *Tradescantia paludosa* под влиянием различной продолжительности полета на корабле-спутнике Восток-5 439
- Н. А. Теплиц. Изменение содержания нуклеиновых кислот в тканях конечностей после их рентгеновского облучения и при нормальной регенераций у аксолотлей 442

БИОХИМИЯ

- Э. Н. Безингер, М. И. Молчанов, Н. М. Сисакян. Включение C^{14} -аминокислот во фракцию фосфатидов, отделяемую щелочным гидролизом от липопротеида хлоропластов 446
- В. Л. Кретович, К. М. Степанович. О восстановительном аминировании оксипировиноградной кислоты 449

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Б. Б. Вартапетян. Скорость водообмена у покоящихся семян 452
- В. В. Яковлева, Л. Н. Собачкина. Влияние молибдена на активность нитратредуктазы цветной капусты в связи с условиями азотно-фосфатного питания 455

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

- Ю. А. Коробко. Исследование костных целлофановых опухолей 457

ФИЗИОЛОГИЯ

- Е. Б. Бабский, Л. С. Ульянинский. Влияние ритма сердечной деятельности на длительность остановки желудочков при раздражении блуждающего нерва 461
- З. К. Леутская. Содержание разных форм витамина А в печени и митохондриях печени при иммунизации антигеном из *Ascaridia galli* цыплят, лишенных витамина А 464
- А. Г. Рабин. Влияние охлаждения соматосенсорной коры на ответную активность переключающего ядра таламуса 466
- Д. А. Четвериков, С. В. Гастева. Обмен фосфатной группы фосфолипидов мозга и печени крыс при гипоксии и в постгипоксическом периоде 469

MATHEMATICS

	<i>Pages</i>
V. Sh. Burd. On the branching problem of almost periodical solutions to non-linear ordinary differential equations	239
V. F. Gaposhkin. On the convergence of orthogonal series	243
B. P. Geidman. An object of centre-projective connection on a manifold with nearly complex structure	247
Iu. K. Demianovich. The net method for some problems in mathematical physics	250
A. D. Dzhabrailov. On some functional spaces. Imbedding theorems, direct and inverse	254
M. M. Dzhrbashian. Integral transformations in the complex region	258
S. G. Krein. On the oscillations of a viscous liquid inside the vessel	262
E. F. Mishchenko. On the probability of an accidental point hitting a small neighbourhood on a moving manifold	266
V. K. Romanko. Boundary problems for partial differential operators in two independent variables with non-homogeneous principal part	269
M. A. Rutman. Boundedness of solutions to certain linear partial difference equations	273
M. P. Semenov. On the solvability of boundary value problems for quasi-linear elliptical systems	276
I. B. Simonenko. Singular integral equations with a continuous and piecewise continuous symbol	279
A. V. Skorokhod. Multiplicative uniformly continuous families of random stochastic operators	283
A. Janushauskas. Cauchy's problem for Laplace's equation and the operation of multiplication for harmonic functions	286

CYBERNETICS AND THE REGULATION THEORY

Kh. A. Madatian. On the synthesis of circuits correcting the breaking of contacts	290
---	-----

ASTRONOMY

S. V. Maeva. Some calculations of the thermal history of Mars and the Moon	294
--	-----

PHYSICS

A. I. Akhiezer, M. P. Rekalov. Relations between photoproduction amplitudes in a model of unitary symmetry	298
L. F. Vereshchagin, S. V. Starodubtsev, M. S. Iunusov. Colouring and luminescence of synthetic ruby when treated with Co^{60} gamma-rays	300
S. N. Zhurkov, A. J. Savostin, E. E. Tomashevskii. The mechanism behind the breakdown of polymers investigated by means of electron spin resonance	303
G. M. Zaslavskii, B. V. Chirikov. Fermi acceleration mechanism in the one-dimensional case	306
V. G. Soloviev. The structure of the excited states with $K\pi=2+$ of even-even deformed nuclei	310
E. E. Tareeva. A model in the theory of superconduction	314

TECHNICAL PHYSICS

A. L. Roitburd, M. P. Usikov, L. M. Utevskaia. Plastic deformation mechanism in the case of stationary creep of metals	317
--	-----

GEOPHYSICS

Iu. V. Riznichenko. Energy flux of earthquake foci as determined from seismic activity	321
--	-----

GEOLOGY

V. P. Bobrov, S. M. Korenevskii. The stratigraphy of salt-bearing deposits of the new Kramatorsk suite of the Donets Permian	323
M. I. Varentsov, V. I. Ditmar, A. B. Li, E. I. Shmakova. On the age of salt rock in diapir structures of the Chu-Sarysuisk depression	327
G. G. Korolev. Recent data on the stratigraphy and tectonics of the Mesozoic of the Udsky downwarping (Far East)	330
L. N. Kudrin, L. V. Buryndina, T. A. Kirillova. Recent data on the age of layers enclosing Candorbulina universa	333

HYDROGEOLOGY

V. N. Kortsenstein. On the hypogene regime of the South — Mangyshlak trough	336
---	-----

PETROGRAPHY

V. B. Kriukov. Replacement dikes in the region of the Abakan iron ore and Kharadjul copper-cobalt deposits	340
V. D. Pampura, G. G. Afonina. Hydrothermal argillization of granitoids near quartz - molybdenite veins of the Shakhtamin deposits (East Transbaikalia)	344

P. P. Smolin. Formational types of ultrabasites, and their minerogenesis . . .	348
GEOCHEMISTRY	
V. V. Liakhovich. Peculiarities in the content of rare elements in shlieren granit excretions	351
V. A. Filonov. Uranium in oils of the Dnieper-Donets and Pripiat depression .	355
PALEONTOLOGY	
A. G. Vologdin. Complex-septal archaeociatidae of the Upper Monokian suite of the Cambrian of West Sayany	357
CHEMISTRY	
T. A. Bogdanova, V. V. Morzhei, I. V. Kalechits. Mutual transformations of stereoisomeric 1,3-dimethylcyclopentanes in analytic dehydrogenation . . .	361
L. S. Bresler, E. N. Kropacheva, I. J. Poddubnyi, V. N. Sokolov. The mechanism of diene polymerization under the influence of cobalt-base complex catalysts	365
E. V. Kukharskaia, Iu. I. Skorik. The effect of thionyl chloride on the siloxane bond in an ultrasonic field.	369
O. Neiland, G. Vanag. Phenyliodination of certain triphenyldiphosphorans	373
A. N. Nesmeyanov, K. N. Anisimov, N. E. Kolobova, A. S. Beschastnov. Binuclear derivatives of the carbonyls of molybdenum, tungsten, manganese and rhenium	377
A. V. Nikolaev, A. A. Kolesnikov, T. P. Smirnova. The extraction system of $\text{La}(\text{NO}_3)_3\text{—NH}_4\text{NO}_3\text{—H}_2\text{O—}(\text{C}_4\text{H}_9\text{O})_3\text{PO}$	379
G. A. Razuvaev, V. N. Latiaeva, L. I. Vyshinskaia. Decomposition of bicyclopentadienyl derivatives of titanium in solvents	383
A. I. Titov, M. V. Sizova, P. O. Gitel. A new reaction by which β -chloralkyl-dichlorophosphines are produced from olefines according to a ionic mechanism	385
I. A. Tutorskii, S. V. Novikov, B. A. Dogadkin. The interaction of polychloroprene with thiobenzoic acid	389
P. P. Shorygin, V. P. Roshchupkin, A. Kh. Khomenko. Regularities in the mutual influence of the atomic groups adjoint to the methylene bridge . . .	391
N. I. Shuikin, G. K. Vasilevskaia. The tautomeric of tetrahydrofurfurylbromide in conditions of Grignard synthesis	395
PHYSICAL CHEMISTRY	
Iu. M. Boiarchuk, V. N. Nikitin. The intensities of the infrared absorption bands of C=O and N—H groups in N-monosubstitute amides, as varying upon the formation of the hydrogen bond	397
S. S. Dukhin, B. V. Deriagin. The thermodynamics of irreversible processes, as applied to the theory of capillary osmosis and diffusiophoresis	401
S. I. Krichmar, K. F. Afendik. The nature of the polarization when the anode copper goes over into a concentrated solution of H_3PO_4	405
V. S. Krylov, V. G. Levich. The discreteness of the adsorbed charge as influencing interphase surface tension	409
I. L. Roikh, L. N. Koltunova, V. E. Tolkachev, V. P. Kirichenko. Atmospheric corrosion of vacuum Mg—Zn condensates of variable composition	413
CHEMICAL TECHNOLOGY	
V. N. Vigdorovich, V. V. Marychev. Growing of WO_3 and MoO_3 crystals from cryolite-oxide melts.	416
L. J. Goldstein, S. D. Okorokov. The possibility of considerably hightening the content of free CaO and MgO in portland cements when they are produced by the fusion method	420
V. S. Komarov, N. F. Ermolenko, V. I. Varlamov, A. S. Falina. A method of producing kaolin-base catalysts for the cracking process	423
HISTOLOGY	
V. I. Shtilbans. Initial stages of differenciation of neurons of spinal ganglia of chick embryos	427
ECOLOGY	
A. I. Smirnov. Spawning stage of development and its specificity	431
MICROBIOLOGY	
N. A. Krasil'nikov, V. I. Duda, A. A. Sokolov. New types of sporulation in anaerobic bacteria	434
S. B. Petrikevitch, G. E. Danil'zeva, M. N. Meissel'. Accumulation and chemical transformation of 3,4-benzpyren by microorganisms	436

N. L. Delaunay, V. F. Bykovskii, V. V. Antipov. Disturbances in the mechanism of mitosis in microspores of *Tradescantia paludosa* induced by varying length of flight on the satellite—airship «Vostok-5» 439

N. A. Teplits. Variation in the content of nucleic acids in the tissues of axolotl extremities following their X-ray treatment as against normal regeneration 442

BIOCHEMISTRY

E. N. Besinger, M. I. Molchanov, N. M. Sisakian. Inclusion of amino acid C¹⁴ into the phosphatide fraction separated by alkaline hydrolysis from lipoprotein chloroplasts 446

W. L. Kretovich, K. M. Stepanovich. Reduction amination of oxypyruvic acid 449

PLANT PHYSIOLOGY

B. B. Vartapetian. The rate of water metabolism in resting seed 452

V. V. Iakovleva, L. N. Sobachkina. The effect of molybdenum on the activity of nitrate reductase in cauliflower as dependent on the conditions of nitrophosphate nutrition 455

EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

Iu. A. Korobko. A study of osseous cellophane tumors 457

PHYSIOLOGY

E. B. Babsky, L. S. Ulyaninsky. The effect of the rhythm of cardiac activity on the length of the pause of ventricles occurring in answer to the irritation of N. Vagus 461

Z. K. Leutskaiia. Content of different forms of vitamin A in the liver and in liver mitochondria in the case of immunization with an antigene from *Ascaridia galli* from chicks deprived of vitamin A 464

A. G. Rabin. The effect of cooling of somatosensory cortex on the response activity of the switching thalamus nucleus 466

D. A. Chetverikov, S. V. Gasteva. Exchange of the phosphate group of phospholipids of brain and liver in rats during hypoxia and at the posthypoxic period 469

ПОПРАВКИ

В статью В. В. Петрова «О вероятностях больших отклонений сумм независимых одинаково распределенных случайных величин», помещенную в ДАН, т. 154, № 4, 1964 г., необходимо внести следующие исправления:

	Напечатано	Следует читать
Стр. 773, строка 20	$E(X_1)^3$	$E X_1 ^3$
Стр. 773, строка 20	$E x_1$	$E X_1$
Стр. 783, строка 15 снизу	$\exp\{n \ln R(h) - nhx\}$	$H \exp\{n \ln R(h) - nhx\}$

В статье В. В. Петрова «Односторонние неравенства чебышевского типа», помещенной в ДАН, т. 154, № 6, 1964 г., на стр. 1270, строка 3, напечатано $|X| \leq \varepsilon$, следует читать $|X| \geq \varepsilon$.

Г. М. ЗАСЛАВСКИЙ, Б. В. ЧИРИКОВ

О МЕХАНИЗМЕ УСКОРЕНИЯ ФЕРМИ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 11 V 1964)

Для объяснения происхождения космических лучей Ферми ⁽¹⁾ предложил статистический механизм ускорения частиц при столкновении их с макроскопическими космическими облаками по аналогии с молекулярными столкновениями. В последнее время ^(2, 3) рассматривается принципиальная возможность использования аналогичного механизма для ускорения космических ракет в гравитационном поле планет или звезд. Однако остается открытым вопрос о критериях стохастичности, т. е. условиях,

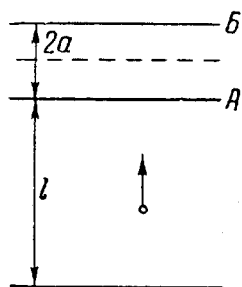


Рис. 1

при которых к механической системе, движущейся по вполне определенной траектории, применимы статистические законы (особенно, если система состоит из небольшого числа тел, например ракета в поле двойной звезды ⁽³⁾).

В работе ⁽⁴⁾ исследовался простейший случай ускорения Ферми — движение легкой частицы между двумя параллельными плоскостями, одна из которых колеблется по определенному заданному закону. Численный расчет движения такой частицы привел к отрицательному результату: ускорения практически не наблюдалось. Скорость частицы иногда достигала 3—4 скорости

стенки и в большинстве случаев была порядка скорости стенки, в то время как согласно механизму Ферми средняя скорость частицы должна неограниченно расти пропорционально времени ⁽⁵⁾.

В настоящей работе получен критерий стохастичности и проведено детальное исследование механизма ускорения Ферми в одномерном случае.

Рассмотрим следующую динамическую систему: частица движется между двумя плоскими бесконечно тяжелыми стенками, с которыми она сталкивается по законам абсолютно упругого удара (рис. 1). Одна стенка неподвижна, другая колеблется строго периодически, причем в течение каждого полупериода скорость линейно меняется со временем. Движение частицы описывается следующей точной системой разностных уравнений:

$$v_{n+1} = \pm v_n + V(\psi_n - 1/2); \quad (1)$$

$$\psi_{n+1} = 1/2 - 2v_{n+1}/V + \sqrt{(1/2 - 2v_{n+1}/V)^2 + 4\varphi_n v_{n+1}/V} \quad (v_{n+1} > V\psi_n/4); \quad (2)$$

$$\psi_{n+1} = 1 - \psi_n + 4v_{n+1}/V \quad (v_{n+1} \leq V\psi_n/4); \quad (3)$$

$$\varphi_n = \{\psi_n + [\psi_n(1 - \psi_n) + l/4a]/(4v_{n+1}/V)\}; \quad (4)$$

v_n — скорость частицы; n — номер соударения с движущейся стенкой; $V/4$ — амплитуда скорости стенки; ψ_n — фаза колеблющейся стенки в момент удара, изменяющаяся от 0 до $1/2$ при движении стенки из положения А к В и от $1/2$ до 1 при обратном движении; скобки {...} означают дробную часть аргумента. Знак плюс в (1) соответствует формуле (2) на предыдущем шаге, знак минус — формуле (3).

Как будет видно из дальнейшего, интересен случай

$$l/a \gg 1, \quad v_n/V \gg 1. \quad (5)$$

Тогда система уравнений принимает вид:

$$\Delta v(n) \equiv v_{n+1} - v_n = V(\psi_n - 1/2), \quad \psi_{n+1} \approx \varphi_n \approx \{\psi_n + lV/16av_{n+1}\}. \quad (6)$$

Если, кроме того,

$$lV/16av_{n+1} \ll 1, \quad (7)$$

то система (6) может быть приближенно заменена дифференциальными уравнениями

$$v'(n) = V(\psi(n) - 1/2), \quad \psi'(n) = lV/16av(n), \quad (8)$$

где штрих означает дифференцирование по n , играющему роль безразмерного времени. Систему (8) удобно исследовать с помощью так называемого фазового уравнения:

$$\Phi'' + \Omega^2\Phi = 0, \quad (9)$$

где $\Phi = \psi - 1/2$ и $\Omega^2 = lV^2/16av^2(n) \ll 1$.

Из (5) видно, что v изменяется незначительно и в первом приближении можно считать Ω постоянной. Тогда из (8), (9) следует, что скорость частицы совершает малые колебания с амплитудой $\sim v_0 \sqrt{a/l}$ около начального значения v_0 и с частотой Ω . Заметим, что выполнение неравенства (7) соответствует адиабатическому колебанию стенки по отношению к колебанию частицы.

В работе (6) исследовалась система, аналогичная (8), и было показано, что при условии

$$\Omega^2 \gg 1 \quad (10)$$

изменение v становится стохастическим. Применение критерия стохастичности (10) к исходной системе (6) затруднено критерием (7), который нарушается при выполнении критерия (10). Поэтому получим критерий стохастичности другим методом. Для этого рассмотрим корреляцию фаз ψ_n и ψ_{n+1} . Коэффициент корреляции определим по формуле:

$$\rho = \langle (\psi_{n+1} - 1/2)(\psi_n - 1/2) \rangle / \langle (\psi_n - 1/2)^2 \rangle, \quad (11)$$

где $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по фазе (ψ_n). Учитывая (6), получим*

$$\rho = \int_0^1 (\psi - 1/2) [\{\theta - k\psi\} - 1/2] d\psi \Big/ \int_0^1 (\psi_n - 1/2)^2 d\psi, \quad (12)$$

где $k = lV^2/16av^2 - 1 = \Omega^2 - 1$, $\theta = (lV/16av)(1 + V/2v)$.

При $\Omega^2 \ll 1$

$$\rho \approx 1 - 6\theta(1 - \theta) \sim 1, \quad (13)$$

т. е. между соседними фазами имеется сильная корреляция и стохастичность отсутствует. При $\Omega^2 \gg 1$

$$\rho \approx \frac{1}{k} [1 - 6\theta(1 - \theta)] \rightarrow 0. \quad (14)$$

В этом случае корреляции практически отсутствуют, а это значит, что v изменяется стохастически.

Проведенное рассмотрение показывает, что существуют три качественно различных области скоростей частицы: I. $v \lesssim 1/4 V\sqrt{l/a}$. II. $1/4 V\sqrt{l/a} < v < V l/16a$. III. $v \gtrsim V l/16a$. В области I действует механизм Ферми; в области III скорость частицы совершает устойчивые малые колебания; область II — промежуточная. В процессе движения частица может переходить из области I в II и обратно; область III полностью изолирована.

Рассмотрим подробнее область I. Так как движение частицы в I стохастическое, то можно ввести функцию распределения по скоростям $f(v)$ и записать для нее кинетическое уравнение. При малом изменении скорости частиц в результате столкновений ($V/v \ll 1$) кинетическое уравнение получено в (7). В нашем случае, учитывая, что одна из «частиц» — стенка — бесконечно тяжелая, кинетическое уравнение принимает вид

$$\frac{\partial f(v, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial v} \left(D(v) \frac{\partial f(v, t)}{\partial v} \right), \quad (15)$$

* Вычисляя коэффициент корреляции по формуле (11), мы предполагаем эргодичность движения, т. е. равномерное распределение фаз ψ_n на интервале (0,1) и независимость его от скорости. В нашем случае эргодичность, по-видимому, имеет место при условии $\theta \gg 1$.

где $D(v)$ — коэффициент «диффузии», определяемый по формуле

$$D(v) = \langle (\Delta v)^2 / \Delta t \rangle. \quad (16)$$

Здесь Δv — изменение скорости при ударе (6), а Δt — время между двумя соударениями. Из уравнений (2), (4)

$$\Delta t = 2l/v. \quad (17)$$

Случай (3) исключается вследствие неравенств (5). Подстановка (17), (6) в (16) дает

$$D(v) = vV^2/24l. \quad (18)$$

При решении уравнения (15) в качестве граничного условия примем

$$D(v) \partial f / \partial v |_{v=v_1} = 0. \quad (19)$$

Условие (19) означает отсутствие потока при $v = v_1$, т. е. прекращение дальнейшего ускорения частицы. В качестве границы естественно взять

$$v_1 \sim 1/4 V \sqrt{l/a}, \quad (20)$$

поскольку вероятность проникновения частицы в область II мала из-за нарушения там стохастичности. Начальные условия примем в виде

$$f(v, 0) = \delta(v - v_0). \quad (21)$$

Решение уравнения (15) при условии (19), (21) есть

$$f(v, t) = \frac{1}{v_1} \sum_n e^{-\lambda_n \tau} J_0(2\sqrt{\lambda_n v_0}) J_0(2\sqrt{\lambda_n v}) / J_0^2(2\sqrt{\lambda_n v_1}), \quad (22)$$

где J — функция Бесселя; $\tau = Vt/48l$; λ_n — корни уравнения $J_1(2\sqrt{\lambda_n v_1}) = 0$. При $t \rightarrow \infty$

$$f(v, t) \approx \frac{1}{v_1} \left(1 + e^{-\lambda_1 \tau} \frac{J_0(2\sqrt{\lambda_1 v_0}) J_0(2\sqrt{\lambda_1 v})}{J_0^2(2\sqrt{\lambda_1 v_1})} \right), \quad \lambda_1 \approx \frac{3,68}{v_1} \quad (23)$$

и функция распределения стремится к постоянному значению $1/v_1$ с временем релаксации

$$t_r = 13 lv_1/V^2. \quad (24)$$

При $t \ll t_r$ условие (19) несущественно и решение с $v_0 = 0$

$$f(v, t) = e^{-v/\tau} \quad (25)$$

совпадает с полученным в (5) при дополнительном условии $v \gg V$. В частности, среднее значение скорости

$$\bar{v} = \tau, \quad t \ll t_r; \quad \bar{v} = v_1/2, \quad t \gg t_r. \quad (26)$$

Для проверки высказанных предположений система (1) — (4) решалась на электронной вычислительной машине при следующих значениях параметров: $a = 1$, $V \approx 4$, $v_0 = 0$. Было сосчитано несколько вариантов с различными l , ψ_0 по $N = 10^5$ столкновений в каждом. Для уменьшения ошибок, связанных с конечным числом разрядов машины, мантиссы величин l и V выбирались в виде набора случайных чисел. Результатом расчета являлась функция распределения $F(v, t)$, определенная как доля полного времени движения t , проводимого частицей в заданном интервале скорости. Связь между f и F дается формулой

$$F(v, t) = \frac{1}{t} \int_0^t f(v, t) dt. \quad (27)$$

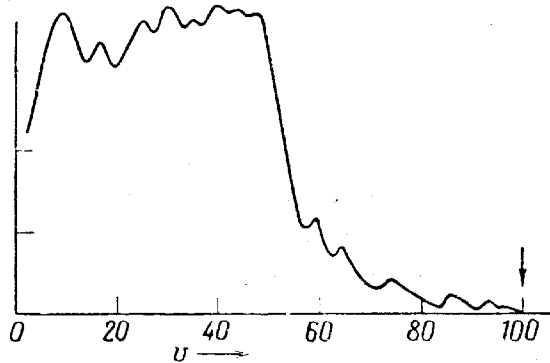


Рис. 2. $l/a \approx 10^4$

На рис. 2 приведена типичная функция распределения $F(v)$ для $t \gg t_r$. Плоская (с точностью до флуктуации) часть функции распределения соответствует области I. По оси абсцисс отложена скорость частицы в единицах максимальной скорости стенки. Стрелкой отмечена максимальная скорость, достигнутая частицей за 10^5 соударений. Флуктуации функции распределения в области I определяются числом n независимых проходов частицы через всю область ускорения. Последнее приблизительно равно отношению полного времени ускорения $t \approx 2lN/v_1$ к времени релаксации (24). Для флуктуаций получаем оценку

$$|\Delta f/f| \sim 1/\sqrt{n} \sim \sqrt{l/3aN}. \quad (28)$$

При $l/a = 10^4$ (рис. 2) $|\Delta f/f| \sim 1/6$.

Рис. 3 иллюстрирует выполнение критерия стохастичности (10). Как видно из графиков, граница между областями I и II лежит при $\Omega^{-1} = 4(v_1/V)\sqrt{a/l} = 1/2$, что соответствует оценке (20). Отметим, что частица проникает довольно далеко (особенно при малых l) в глубь области II, но не доходит до области III, граница которой $\Omega_{III}^{-1} \sim 1/4 (l/a)^{3/2} \sim 2000$ ($l=400$) лежит при очень больших скоростях.

Отсутствие ускорения, полученное в (4), объясняется, по-видимому, тем, что авторы взяли малое отношение l/a , что приводит лишь к незначительному превышению скорости частицы над скоростью стенки (20).

В заключение отметим, что случай двух (и большего числа) измерений принципиально отличается от одномерного, как это продемонстрировано на примере в работе (8). Отличие связано с тем, что в случае нескольких степеней свободы стохастичность движения частицы может устанавливаться в результате перераспределения энергии между степенями свободы. Тогда $V \sim \Delta v \sim v$ (рассеяние на большой угол) и, следовательно, критерий стохастичности (10), по-видимому, всегда выполняется, и стационарное распределение отсутствует.

Пользуемся случаем выразить благодарность М. К. Фаге за полезные советы.

Новосибирский государственный университет

Поступило
23 IV 1964

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ E. Fermi, Phys. Rev., 75, 1169 (1949). ² S. M. Ulam, On the Possibility of Extracting Energy from Gravitational Systems by Navigating Space Vehicles, Los Alamos, MS-2219, 1958. ³ K. W. Ford, Transfere of Energy from Astronomical Bodies to Space Vehicles, T-Division Report, Los Alamos, 1959. ⁴ S. Ulam, Proc. 4-th Berkeley Symp. on Math. Stat. and Probabil., 3, Berkeley — Los Angeles., 1961, p. 315; Сборн. пер. Математика, 7, 5, 137 (1963). ⁵ J. M. Hammersley, Proc. 4-th Berkeley Symp. on Math. Stat. and Probabil., Berkeley — Los Angeles, 3, 1961, p. 79; Сборн. пер. Математика, 7, 5, 143 (1963). ⁶ Б. В. Чириков, Атомная энергия, 6, 630 (1959); Б. В. Чириков, Диссертация, Новосибирск, 1959. ⁷ Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 7, 203 (1937). ⁸ Я. Г. Синяй, Вестн. Моск. унив., сер. 1, № 5, 6 (1963).

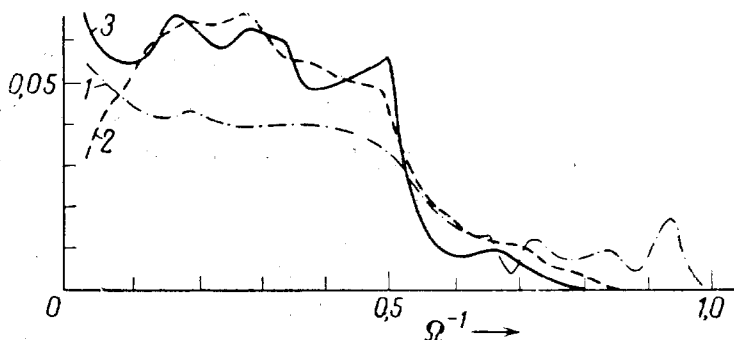


Рис. 3. 1 — $l/a \approx 400$; 2 — $l/a \approx 10^4$; 3 — $l/a \approx 4 \cdot 10^4$