



**ПРОГРАММИРОВАНИЕ  
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

D10 - 7707

**Совещание по программированию  
и математическим методам решения  
физических задач**

(Дубна, 30 окт. - 4 ноября 1973)



**Meeting on Programming  
and Mathematical Methods  
for Solving the Physical Problems**

(Dubna October 30 - November 4, 1973)

Дубна, 1974



С 30 октября по 4 ноября 1973 года в Дубне проходило Сове- щание по программированию и математическим методам решения физиче- ских задач. Собрание проводилось Объединенным институтом ядерных исследований совместно с Советом по автоматизации научных иссле- дований при Президиуме АН СССР и Советом по использованию вычисли- тельной техники в экспериментальной ядерной физике отделения ядер- ной физики АН СССР. В рамках Собрания работал семинар по модуль- ной системе программ обработки экспериментальных данных.

В работе Собрания и семинара приняло участие 170 специали- стов из стран-участниц ОИЯИ и ЦЕРНа.

На Собрании было представлено свыше 90 докладов, посвящен- ных следующим проблемам:

- I. Математические методы решения физических задач.
- II. Программирование и математическое обеспечение ЭВМ.

Ш. Бесфильмовая обработка экспериментальных данных.

IV. Модульная система программы обработки экспериментальных данных.

В настоящий сборник вошли доклады по перечисленным проблемам, представленные Оргкомитету Совещания.

Ответственная за выпуск Е.А.Логинова

*Рукопись поступила в издательский отдел  
31 января 1974 года.*

*Отпечатано методом прямого репродуцирования с материалов,  
представленных Оргкомитетом.*

## СОДЕРЖАНИЕ

### I. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Е.П.Жидков, И.В.Пузынин. О некоторых новых приложениях метода введения параметра к физическим задачам . . . . .	13
Н.И.Дойников, Г.Н.Самсонов. Методика и особенности программы численного моделирования поля в электромагнитных квадрупольных линзах . . . . .	24
J.M.Peek. Computer Oriented Techniques for Predicting Spectral Properties of Some One-Particle Schrodinger Hamiltonians . . . . .	32
Б.В.Василишин, Е.П.Жидков, Е.М.Кулакова, Р.В.Полякова, Л.А.Смирнова. Математическое моделирование пространственного многооборотного движения частиц в циклических ускорителях с учетом геометрических искажений магнита . . . . .	38
Н.С.Бахвалов, В.С.Бондаренко, Е.П.Жидков, С.И.Сердюкова. Метод прогноза в решении одной эллиптической задачи . . . . .	48
Г.М.Кадяков, Р.Ляйсте, Г.А.Ососков. Имитационное моделирование треков в стримерной камере для выбора метода оценки плотности следов . . . . .	51
А.А.Корнейчук, Н.Ю.Ширикова. Итерационный метод решения задач об отыскании собственных значений . . . . .	60
Е.П.Жидков, Г.И.Макаренко, А.В.Ракитский. О точности восстановления потенциала в обратной задаче теории рассеяния в зависимости от точности задания предельной фазы . . . . .	64
Р.В.Малышев. Алгоритм вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций . . . . .	70

И.П.Недялков. Об одном обобщенном уравнении Лоу . . . . .	78
П.Н.Заикин. Некоторые обратные задачи обработки и интерпретации результатов физических экспериментов и устойчивые методы их решения . . . . .	84
В.Я.Галкин. Прямые и обратные задачи при разделении множественности ядерных процессов . . . . .	93
Е.П.Жидков, Т.П.Кочкина, Е.М.Кулакова, Т.В.Рыльцева, Л.А.Смирнова, Б.В.Фескитов. Исследование орбит заряженных частиц в синхрофазотроне ОИЯИ . . . . .	100
Л.Александров. О непрерывных аналогах регуляризованных процессов ньютоновского типа . . . . .	104
Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина. Алгоритм вычисления кулоновских сфероидальных функций и соответствующих им матричных элементов . . . . .	110
А.И.Салтыков. О практическом применении метода Коробова к вычислению кратных интегралов . . . . .	117
С.И.Сердюкова. Необходимое и достаточное условие устойчивости разностных краевых задач на полубесконечной прямой . . . . .	123
С.И.Сердюкова. Об устойчивости разностных краевых задач с двумя границами . . . . .	127
Л.И.Пономарев, И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина. Непрерывный аналог метода Ньютона в некоторых задачах математической физики на собственные значения . . . . .	131
Г.А.Емельяненко. Некоторые вопросы алгебры ленточных матриц и их применение . . . . .	139
Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Применение численных методов для анализа динамики парового пузырька в пузырьковых камерах . . . . .	145

Ф.А.Гареев, И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина, Р.М.Ималеев. Решение некоторых задач теории ядра с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. . .	152
И.К.Кухтина. Некоторые математические методы, применяемые при изучении прямых ядерных реакций . . .	154
С.В.Ворожцов, Н.Г.Шакун. Расчет трехмерных электростатических полей методом сеток . . . . .	159
Г.А.Ососков, Т.Войкова. Методы генерации и тестовой проверки псевдослучайных чисел на ЭВМ . . . . .	169
Е.П.Жидков, Г.А.Ососков. Выбор начального приближения в нелинейных задачах методом случайного поиска	179
Ц.И.Иоселиани, Г.А.Ососков, А.Пазман. Использование $\mathcal{C}$ -критерия для определения относительной плотности треков при спиральном сканировании . .	184
С.Будням, Е.П.Жидков. Численное исследование стационарного состояния электронного кольца во внешнем магнитном поле . . . . .	188
В.С.Барашенков, В.Д.Тонеев, С.Е.Чигринов. Монте-карловские методы прохождения пучков высокоэнергетических частиц в плотных и разреженных средах . . . . .	198
В.С.Барашенков, К.К.Гудима, Ф.Г.Жереги, А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев. Монте-карловское моделирование неупругих ядерных процессов . . . . .	206
Х.Абдуллоев, И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков. Математическое моделирование коллапса ленгмювских волн . . . . .	213
Б.С.Гетманов, Е.П.Жидков, В.Г.Маханьков. Исследование динамики ленгмювской турбулентности с помощью ЭВМ . . . . .	217
А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка. Численное исследование рассеяния электромагнитных волн на кольцеобразном плазменном ступке	221



Ю.М.Юсим, И.Ц.Ляст. Численные расчеты квантовомеханических систем в приближении трехэлектронных групповых функций . . . . .	226
В.Я.Галкин, В.П.Горьков. Об обработке мессбауэровских спектров	231
Е.В.Богданов, В.В.Григорьянц, М.Е.Жаботинский, В.А.Зятицкий. Использование ЭВМ для аналитического расчета физических свойств активной среды квантового усилителя . . . . .	238
Н.И.Дойников, Ю.Т.Пузынович, А.С.Симаков. Численное моделирование полей электромагнитов для физических исследований . . . . .	246
Е.С.Биргер, Н.С.Конюхова. Об устойчивом вычислении собственных значений и однородных функционалов от собственных функций сингулярных задач Штурма-Лиувилля, встречающихся в ядерной физике . . . . .	253
В.И.Ульянова. Метод переноса граничных условий через особые точки и применение его к решению некоторых физических задач . . . . .	260
Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков. Некоторые численные эксперименты с простейшей моделью турбулентности . . . . .	266
М.В.Анолик. Численное решение задачи об отражении атомов от шероховатой поверхности . . . . .	278
Ю.К.Демьянович. Проекционно-сеточные методы в эллиптическом уравнении с малым параметром. . . . .	280
В.С.Болдасов, Б.И.Волков, А.Г.Свешников, Н.Н.Семашко. Численный расчет плазменного эмиттера и ускоренного пучка в ионно-оптической системе . . . . .	289
<b>П. ПРОГРАММНОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ.</b>	
В.П.Шириков. Системное математическое обеспечение для комплекса вычислительных машин ОИЯИ . . . . .	297
И.Н.Силин. Диспетчер ДД73 машины БЭСМ-6. . . . .	308

Н.С.Заикин, О.Н.Ломидзе, Г.Л.Семашко, В.П.Шириков. Пакетная обработка на ЭЭСМ-6 в ОИЯИ . . . . .	310
<b>D.Ball. Computing Facilities in Support of High Energy Physics. . . . .</b>	<b>313</b>
О.Н.Ломидзе, Т.П.Пузынина, В.И.Чивкин. Математическое обеспечение машинного канала связи типа ЕС на ЭВМ ЭЭСМ-4 . . . . .	323
А.В.Кавченко, А.А.Карлов, А.Д.Полинцев, Т.Ф.Смолякова. Эмулятор ЭВМ М-6000 на ЭВМ ЭЭСМ-6 и СДС-1604А . . . . .	326
А.В.Кавченко, А.А.Карлов, А.Д.Полинцев, Т.Ф.Смолякова. Организация данных для графического дисплея . . . . .	332
Л.М.Панченко, Р.Н.Федорова, А.И.Широкова. Содержание программных библиотек на больших ЭВМ ОИЯИ и организация работы с ними . . . . .	340
Н.С.Заикин. Математическое обеспечение обслуживания линий связи ЭЭСМ-6 с периферийными ЭВМ . . . . .	346
К.М.Железнова, А.А.Корнейчук, Э.В.Шарапова, Н.Ю.Ширикова. Астра - система автоматизации программирования для ЭВМ ЭЭСМ-4 . . . . .	351
В.В.Галактионов, О.Н.Ломидзе, Г.Л.Мазный. "Странные" трансляторы в мониторной системе "Дубна" ЭЭСМ-6 . . . . .	356
Г.А.Ососков. Алгоритмический язык для программ управления измерительными устройствами на линии с малыми ЭВМ . . . . .	366
В.В.Галактионов. Программное обеспечение удаленных станций ввода/вывода ЭЭСМ-6 . . . . .	369
О.Л.Белоусова, Л.В.Добролюбов, К.К.Кобзарев, С.В.Миронов, Л.П.Насонова, Г.А.Овчаренко, В.А.Потапова, В.А.Приходько, Т.М.Шапошникова. Организация связи ЭЭСМ-6 с периферийными ЭВМ на основе диспетчера ДД-71 . . . . .	383
В.А.Загинайко. Использование метода раскручивания компилирующей системы ЭЭСМ-4 . . . . .	389

Г.Штиллер. Использование языка АЛГОЛ-68 в модульных программах . . . . .	392
Х.М.Адлер, Ю. Бичер, П.Францке, П.Гизе, Г.Хоффманн, Ф.Янишек, Х.В.Майер, Г.Модрак, М.Зиберт, Р.Зоммерфельд, И.Венде. SOLAS-2 P - пример многопроцессорной системы с доступом к большой вычислительной машине . . . . .	397
Я.Телек. Математическое обеспечение ТРА-70 . . . . .	401
В.В.Воеводин, С.С.Гайсарян, М.И.Кабанов. Автоматизированная генерация фортранных программ . . . . .	414
Г.М.Букат, В.Ф.Борисевич, Н.П.Савик. Система коллективного пользования на ЭВМ МИНСК-32 . . . . .	422
М.А.Копытов, С.В.Сорокин. О варианте операционной системы Д-68 для БЭСМ-6 с серийной дисковой памятью . . . . .	437
<b>Ш. БЕСФИЛЬМОВАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ.</b>	
Н.Н.Говорун, И.М.Иванченко, В.А.Крамаренко, Б.А.Кулаков, А.И.Малахов, И.А.Савин, Л.А.Сеннер, В.А.Смирнов, М.Н.Хачатурян, Е.В.Черных, Ф.Элер. Накопление информации и контроль оборудования в экспериментах на установке "ФОТОН". . . . .	445
Н.Н.Говорун, И.М.Иванченко, М.Н.Хачатурян, М.С.Хвастунов, А.С.Чвыров. Программа распознавания и геометрической реконструкции событий, регистрируемых установкой "ФОТОН" . . . . .	453
M.Hansroul, D.Townsend, P.Zanella. The Application of Multi-Dimensional Analysis Techniques to the Proceeding of Event Data from Large Spectrometers . . . . .	460
Л.С.Нефедьева. Системный подход к организации обработки спектрметрической информации в ОИЯИ . . . . .	476
И.А.Кондуров, Т.К.Короткова, И.М.Шестернева. Организация обработки экспериментальной информации в лаборатории нейтронных исследований ЛИАФ АН СССР . . . . .	482

С.Н.Николаев, Ю.Ф.Рябов, Г.Ш.Весна, В.П.Хомутников. Програм- ное обеспечение многоабонентной системы сбора и предварительной обработки данных на базе ЭВМ МИНСК-32 . . . . .	490
В.А.Владимиров, Н.Н.Воробьева, В.Б.Злоказов, Л.С.Нефедьева, Т.С.Рерих, В.Н.Тарасова, В.М.Яга- фарова. Система приема, накопле- ния и обработки физической инфор- мации . . . . .	496
Л.П.Кабина, И.А.Кондуров, Э.И.Федорова. Система программ для обработки спектрометрической информации . . . . .	501
В.Б.Злоказов, Т.С.Саламатина, Л.П.Челноков. Математическое обеспечение обработки спектро- метрической информации на ЭВМ МИНСК-32 . . . . .	509
Х.Кэниг, Л.С.Нефедьева. Проект организации работы с массива- ми в системе обработки спектров (СОС) . . . . .	514
П.Н.Заикин, С.В.Лепин, И.Н.Посохов. Об автономной системе off-line -обработки на ЭВМ БЭСМ-4М . . . . .	518
В.А.Кузнецов. Математическое обеспечение поиска радиоактив- ности нового типа . . . . .	524
А.А.Хошенко. О построении универсальных систем обмена с системой КАМАК на линии связи с малой ЭВМ . . . . .	532
Р.Фюлле. Программное обеспечение измерительного центра в ЦИЯИ Россендорф . . . . .	538

Д.Ф.Давиденко. О некоторых новых быстроходящихся модификациях итерационного метода вариации параметра для функциональных уравнений . . . . . 542

В.И.Пелипенко. Возможности и перспективы развития системы аппаратного транслятора на базе малых ЭВМ . . . . . 549

#### IV. МОДУЛЬНАЯ СИСТЕМА ПРОГРАММ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Н.Н.Говорун, Л.Дорж, В.Г.Иванов, А.Ф.Лукьянцев. Модульная система программ обработки экспериментальных данных (Обзор материалов по системе HYDRA ) 555

I

**Математические методы  
решения  
физических задач**

Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков

НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПРОСТЕЙШЕЙ  
МОДЕЛЬЮ ТУРБУЛЕНТНОСТИ.

- Институт ядерной физики Сибирского отделения  
Академии наук СССР  
Новосибирск

Известно, что движение нелинейной консервативной системы становится при определенных условиях стохастическим, моделирующим случайный процесс (см. например, /1/). Сохранится ли стохастичность при небольшом затухании в системе? Этот вопрос имеет важное значение, поскольку в реальных системах почти всегда присутствует большее или меньшее затухание. Разумеется, речь идет о неавтономной системе, т.е. о вынужденных колебаниях под действием внешнего возмущения или об автоколебаниях. Простейшая модель, используемая ниже, охватывает оба этих случая.

Наиболее интересным нам представляется именно режим стохастических автоколебаний, весьма необычный с точки зрения радиотехники, но совершенно естественный для турбулентности. Поэтому исследуемые ниже нелинейные преобразования можно рассматривать также как простейшую модель динамики турбулентности. Начав с подобной модели, удастся, возможно, проследить возникновение и развитие турбулентного состояния, а также понять некоторые необычные для турбулентности регулярные явления (см., например, /4/).

§ I. Одномерная модель.

Модель задается нелинейным преобразованием:

$$P_{n+1} = \{ P_n + K \cdot f(x_n) - E(P_n - 0,5) \}$$

$$x_{n+1} = \{ x_n + P_{n+1} - 0,5 \}, \quad (I)$$

где фигурные скобки обозначают дробную часть. Преобразование моделирует нелинейный осциллятор с угловой переменной  $x$  и импульсом (действием)  $P$ . Дробные части задают периодическую зависимость (с периодом 1) как по координате, так и по импульсу, последнее — для упрощения численных экспериментов. В результате фазовая плоскость осциллятора сводится к единичному квадрату, или, точнее, тору. Осциллятор обладает затуханием с коэффициентом  $E$  и на него действует периодическое возмущение (с периодом в один шаг). Зависимость возмущения от координаты характеризуется функцией  $f(x)$ .

Для некоторого класса возмущений, который мы называем тривиальным (подробнее см. в /1/), например:

$$f(x) = x - 0,5, \quad (I.2)$$

система (I.1) является грубой<sup>\*</sup> и поэтому малое затухание не может разрушить стохастичность, которая имеет место для

$$K > 0 \text{ или } K < -4. \quad (I.3)$$

\* Это фактически показали Оселедец и Синай (см. дополнение в /2/).



Низже мы будем исследовать возмущение вида:

$$\dot{f}(x) = x^2 - x + 1/6. \quad (1.4)$$

Это возмущение не является тривиальным в том смысле, что для консервативной системы ( $\varepsilon = 0$ ) при любых  $K$  имеются области устойчивости на фазовой плоскости  $(x, P)$ .

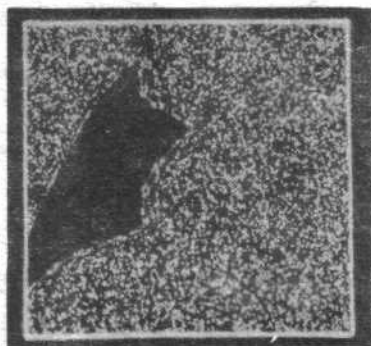
Малое затухание поэтому, вообще говоря, разрушает стохастичность: происходит захват системы в одну из устойчивых областей.

Система (1.1) с затуханием может рассматриваться как простейшая модель многомерных автоколебаний. Многомерных потому, что внешнее возмущение можно рассматривать как одностороннее действие "другой" степени свободы с фиксированным движением. Автоколебания отличаются от пассивного затухания тем, что приводят систему не к положению равновесия, а к предельному циклу с конечной амплитудой колебаний. Для модели (1.1) оба случая вообще не отличаются из-за периодичности по  $P$ .

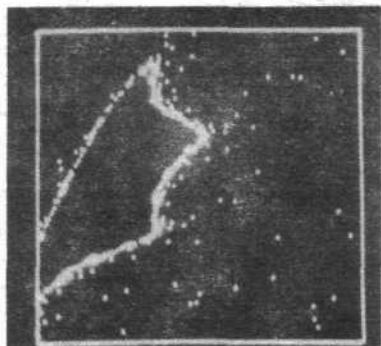
Мы исследовали поведение системы (1.1) численно на БЭСМ-6 Вычислительного центра СО АН СССР с выводом картины движения на фазовой плоскости  $(x, P)$  на дисплей "Экран", разработанный и изготовленный в Институте автоматики и электрометрии СО АН СССР. Примеры фотографий с дисплея приведены на рис. 1.

Изучалась зависимость времени захвата системы в устойчивую область от различных параметров. Оказалось, что

а)



б)



в)

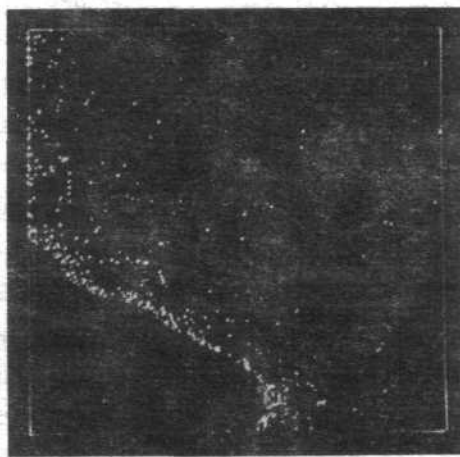


Рис. I. Картина движения системы (I.I) на фазовой плоскости  $(x, p)$ : а) устойчивая область, окруженная стохастической компонентой,  $K \approx 3.46$ ,  $2 \cdot 10^4$  точек; б) движение в переходной зоне; в) фрагмент фазовой плоскости предыдущего случая с увеличением  $x$  в 6.

с хорошей степенью точности выполняется эмпирический закон:

$$N \cdot S \cdot E = 1, \quad (1.5)$$

где  $N$  - число шагов до захвата (время "жизни" стохастичности);  $S$  - площадь устойчивых областей (площадь базового квадрата равна 1);  $E$  - коэффициент затухания в системе.

Сводка данных, относящихся к закону (1.5), приведена на рис.2.

Закон (1.5) проверялся путем независимого измерения среднего времени захвата  $N$  и площади областей устойчивости для значений  $K = 3.46 ; 5.56 ; 12.98$ . Для  $K = 7.66$  области устойчивости столь малы, что измерить их непосредственно не удалось. Соотношение (1.5) дает в этом случае  $S = 2,8 \cdot 10^{-3}$ .

Можно было бы ожидать время захвата  $N_1 \sim 1/S$ . Это - время, в течение которого система попадает при случайном блуждании в окрестность устойчивой области площади  $S$ . При наблюдении за процессом движения на дисплее действительно оказалось, что система подходит к устойчивой области, в среднем, через  $N_1$  шагов. Однако вероятность захвата оказывается очень малой ( $\sim 3$ ). Причина этого связана, по-видимому, с окружающей устойчивую область переходной зоной, диффузия в которой очень мала. Переходная зона как бы "защищает" устойчивую область от проникновения в неё стохастической траектории. На рис.1 изображен момент движения системы в переходной зоне при приближении к области устойчивости. Переходная зона подробно изучалась в работе /3/.

Пунктирная кривая на рис. 2 показывает резкое увеличение времени захвата при больших затуханиях ( $E > 10^{-2}$ ).

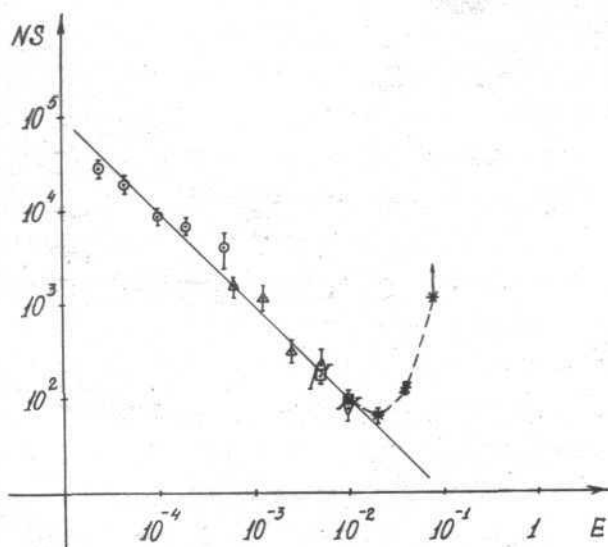


Рис.2. Время жизни стохастичности при наличии затухания:  
 $\odot - \mathcal{K} = 3.46$ ;  $\triangle - \mathcal{K} = 12.98$ ;  $\square - \mathcal{K} = 5.56$ ;  $* - \mathcal{K} = 7.66$ ;  
 прямая линия соответствует закону (1.5):  $NSE = I$ ;  
 пунктирная линия характеризует действие расслоения  
 фазовой плоскости; стрелка над последней точкой ука-  
 зывает, что захват не наблюдается, а положение точки  
 дает нижнюю границу времени жизни.

Исследование структуры фазовой плоскости на дисплее указывает в этом случае на "расслоение" — появление "запрещенных" для движения областей (рис. 3). Если в начальный момент система находится в одной из таких областей, она сразу же уходит оттуда и больше не возвращается назад. Области эти имеют вид полос разной ширины, а их осевые линии соответствуют преобразованию линии "максимального затухания":  $P = 0$ . Повторные преобразования этой линии соответствуют все более и более узким запрещенным полосам, образующим тонкую структуру расслоения. Последняя хорошо видна на рис. 3.

Расслоение связано таким образом с периодичностью по  $P$ , от которого зависит затухание. Может показаться поэтому, что расслоение характерно лишь для данной упрощенной модели, так как в реальных системах нет периодичности по импульсу. Мы думаем, однако, что расслоение будет происходить и в реальных системах по двум причинам. Во-первых, обычно затухание зависит не только от импульса, но и от координаты, а, значит, появляется периодичность по фазовому углу. Во-вторых, после первого преобразования прямые равного затухания ( $P = \text{const}$ ) превращаются в кривые, что приводит к появлению линии максимального затухания из-за периодичности по координате.

Суммарная площадь запрещенных полос ( $S_0$ ) пропорциональна коэффициенту затухания:

$$S_0 \approx E. \quad (I.6)$$

Расслоение существует, по-видимому, при любых  $E$ , но отчетливо видно лишь при достаточно большом затухании.

а)



б)

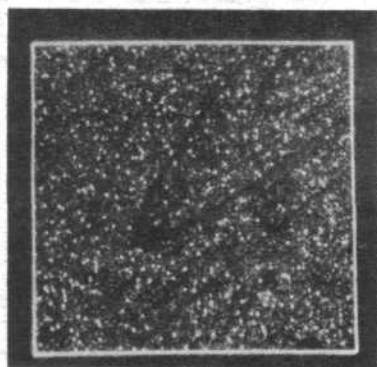


Рис.3. Расслоение фазовой плоскости при больших затуханиях:  
 $\mathcal{H} = 9.76; 2 \cdot 10^4$  точек: а)  $E=0.3$ ; б)  $E=0.1$ .

Причина, по которой расслоение резко увеличивает время захвата, связана, по-видимому, с разрушением наиболее крупных областей устойчивости. Возможно, что при этом все еще остаются какие-то устойчивые области, но значительно меньших размеров. Пунктирная кривая на рис. 2 проведена в предположении, что площадь устойчивых областей не зависит от затухания. Если же считать наоборот, что закон (I.5) продолжает оставаться справедливым, то площадь областей устойчивости уменьшится до значения  $S_1 < 2,5 \cdot 10^{-4}$  (последняя точка на рис. 2).

## § 2. Двумерная модель.

Исследования одномерной модели стохастических автоколебаний (§ I) показали, что такой режим действительно возможен в течение некоторого времени (до захвата). Правда, время жизни растет очень быстро с увеличением параметра  $K$  в (I.I) из-за резкого уменьшения площади областей устойчивости. Согласно /5/, имеет место оценка:

$$S \sim \exp \left[ -3 \left( l_2 \frac{K}{2} \right) \left( \sqrt{\frac{K}{2}} - 1 \right) \right]. \quad (2.1)$$

Тем не менее вблизи границы стохастичности ( $K \sim 4$  /I/) устойчивые области относительно велики и, соответственно, время жизни стохастичности мало (I.5).

Какую роль играет число степеней свободы нелинейного осциллятора? Для исследования этого вопроса использовалась двумерная модель, заданная преобразованием:

$$P_{n+1} = \{P_n + K_1 \cdot f(x_n) - E_1(P_n - 0,5) + C_1(y_n - 0,5)\}$$

$$Q_{n+1} = \{Q_n + K_2 \cdot f(y_n) - E_2(Q_n - 0,5) + C_2(x_n - 0,5)\}$$

$$x_{n+1} = \{x_n + P_{n+1} - 0,5\}$$

(2.2)

$$y_{n+1} = \{y_n + Q_{n+1} - 0,5\}$$

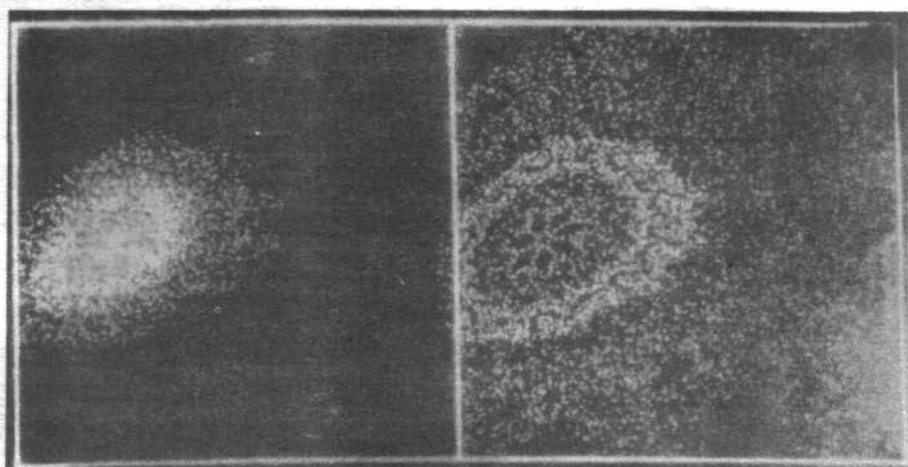
Здесь  $C_1$ ,  $C_2$  - коэффициенты связи; в дальнейшем будем считать  $C_1 = C_2 = C$ , в этом случае преобразование является каноническим (при  $E_1 = E_2 = 0$ ).

Предварительные эксперименты при  $C \sim I$  (сильная связь) не обнаружили захвата вплоть до  $t = 10^7$  шагов ни при каких  $K$ , даже при  $K \sim I$ , когда одномерная система имеет большую область устойчивости. При слабой связи захват по-является, но очень резко исчезает даже при незначительном увеличении  $C$  (на  $\Delta C = 10^{-3}$ ), по крайней мере на времени  $t = 10^5$  шагов. Критическое значение связи зависит от затухания:  $C_{кр} = 0.10$ ;  $0.179$ ;  $0.30$  для  $E = 0.05$ ;  $0.1$ ;  $0.2$ , соответственно.

Примеры двумерных проекций фазовой траектории приведены на рис. 4. Характерной особенностью движения, в отличие от одномерного случая, является наличие явной регулярной структуры. Наблюдение за процессом на дисплее показывает, что такого рода структуры постоянно, но не регулярно, появляются на фазовой плоскости и существуют лишь относительно короткое время ( $\sim 10^4$  шагов), после чего разрушаются,



а)



б)

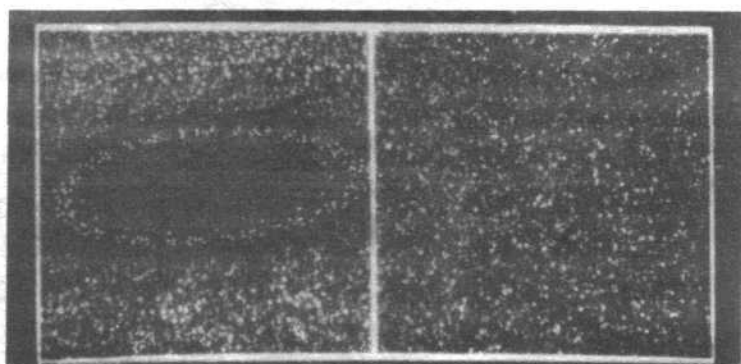


Рис.4. Примеры двумерных проекций траектории стохастических автоколебаний в четырехмерном фазовом пространстве системы (2.2):  $K_1 \approx K_2 \approx 1.25$ ;  $C_1 \approx C_2 \approx 0.95$ ;  $E_1 \approx E_2 \approx 0.2$ . Левый квадрат-проекция  $x, \rho$ ; правый- проекция  $y, \alpha$ .

не повторяясь в дальнейшем. При уменьшении связи до критической повторение структур становится более регулярным, хотя, по-прежнему, не является периодическим.

Исследовалось также заполнение траекторией четырехмерного фазового гиперкуба  $(x, y, p, q)$ , разбитого на  $32 \times 32 \times 32 \times 16 = 524288$  ячеек. Во всех случаях наблюдалась полная эргодичность, т.е. заполнение всех ячеек фазового пространства. Это не обязательно означает, что устойчивых областей нет вообще, последние могут быть даже не очень малы по площади, если только они сильно вытянуты таким образом, что все ячейки фазового пространства оказываются заполненными траекторией. Этот вопрос требует дальнейшего более аккуратного изучения. Тем не менее, уже эти предварительные эксперименты с несомненностью показывают, что увеличение числа степеней свободы резко увеличивает время жизни стохастических автоколебаний.

Пользуемся случаем выразить благодарность А.С.Бакаю за интерес к работе и полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков, УФН, 105, № 1 (1971) 3.
2. Г.М.Заславский, "Статистическая необратимость в нелинейных системах" (Наука, Москва, 1970).
3. Г.В.Гадияк, Ф.М.Израйлев, Переходная область нелинейного резонанса, препринт № 70 (ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1970).
4. P.S. Klebanoff, K.D. Tidström, L.M. Sargent, Journ. Fluid Mech. 12 part I (1962); M.R. Head, I.Rechenberg, *ibid*, 14 part I (1962).
5. Б.В.Чириков, Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности (ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1969).



Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.  
Заказ 17678. Тираж 500. Уч.-изд. листов 25,33.

Редакторы: Б.Б.Колесова, Э.В.Ивашкевич.

Обложка В.П.Бочкарева. Подписано к печати 27/3-74 г.