

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

---

# ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

Том 12

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

5

---

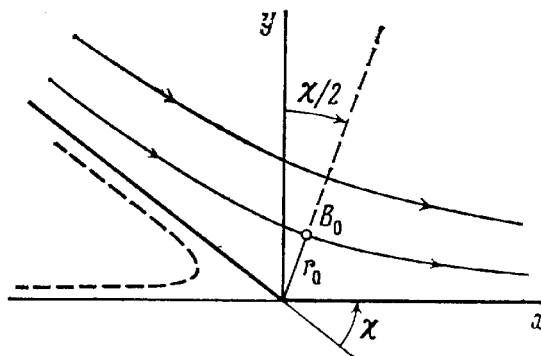
МОСКВА · 1986

УДК 621.039.61

**УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ЛОВУШКЕ  
СО ВСТРЕЧНЫМИ ПРОБКАМИ**

ЧИРИКОВ Б. В.

В рамках общей концепции амбиполярной ловушки [1, 2] в последнее время рассматриваются различные варианты стабилизации плазмы с помощью дополнительных аксиально-симметричных концевых ловушек со встречными пробками (касп) [3–5]. При этом возникает важная задача об условиях развития стохастической неустойчивости (хаоса) колебаний частиц, которая определяет область их удержания. Эта задача рассматривалась в обзоре [6] в качестве одного из примеров применения общей теории динамического хаоса в магнитных ловушках. Настоящая статья является развитием этой части работы [6] в направлении более сложной конфигурации магнитного поля ловушки и уточнения оценок для границы хаоса. Наиболее подробные расчеты проведены для плоской модели ловушки с произвольным углом поворота магнитных линий (разд. 1). В разд. 3 эти результаты используются для получения некоторых оценок в более реалистической модели «конической» ловушки, предложенной Димовым. Общая схема расчета подробно описана в [6]. Ниже мы используем те же основные понятия и величины.



**1. Плоская магнитная ловушка  
со встречными пробками**

Геометрия магнитного поля рассматриваемой модели представлена схематически на рисунке. Параметром модели является угол поворота магнитной линии  $\chi$  или связанная с ним величина

$$\gamma = \frac{\pi}{\pi - \chi}. \quad (1.1)$$

Геометрия магнитного поля одного из четырех секторов плоской ловушки:  $\chi$  — угол поворота магнитных линий (сплошные кривые); связанный с параметром ловушки  $\gamma = \pi / (\pi - \chi)$ ;  $r_0$  — расстояние до минимума магнитного поля  $B_0 = C\gamma r_0^{\gamma-1}$  на данной линии. Пунктирная прямая — линия минимумов, пунктирная кривая — магнитная линия в дополнительном секторе ловушки

Обычно эта модель рассматривается для  $\chi = \pi/2$  ( $\gamma = 2$ , см., например, [6]). На рисунке показан один из четырех секторов поля, ограниченный двумя жирными прямыми. Поле симметрично относительно оси  $x$ . Два дополнительных сектора получаются заменой  $\chi \rightarrow \pi - \chi$ ;  $\gamma \rightarrow \pi/\chi$ . При  $\chi = \pi/2$  поле симметрично также относительно оси  $y$ .

Магнитное поле описывается комплексным потенциалом (см., например, [7]):

$$W(z) = |W| e^{i\psi} = \psi + iA = Cz^\gamma, \quad z = x + iy = r e^{i\varphi}, \quad (1.2)$$

где  $\psi$ ,  $A$  — соответственно скалярный и векторный потенциалы поля, а  $C$  — некоторая действительная постоянная. Уравнение магнитной линии есть  $A = \text{const}$  или

$$\frac{A}{C} = \frac{|W|}{C} \sin w = r^\gamma \sin(\gamma\varphi) = r_0^\gamma = \frac{A_0}{C}, \quad (1.3)$$

где  $r_0$  — минимальное расстояние до магнитной линии, которое может служить параметром линии. Граница сектора на рисунке соответствует  $\sin(\gamma\varphi)=0$  ( $r \rightarrow \infty$ ), т. е.  $\varphi=0$  и  $\varphi=\pi/\gamma=\pi-\chi$ .

Комплексный потенциал  $W(z)$  (1.2) осуществляет конформное преобразование плоскости  $(x, y)$  на плоскость  $(\psi, A)$ , «выпрямляя» магнитные линии ( $\chi \rightarrow 0$ ;  $\gamma \rightarrow 1$ ). Вектор напряженности поля

$$B = \left( \frac{dW}{dz} \right)^* = \gamma C (z^*)^{\gamma-1} = \gamma C r^{\gamma-1} e^{-i\varphi(\gamma-1)} = |B| e^{i\eta}. \quad (1.4)$$

В точке  $r=r_0$ ;  $\varphi=\varphi_0=(\pi-\chi)/2$  ( $\sin(\gamma\varphi)=1$ ) напряженность  $|B|=B_0$  минимальна, откуда  $C=B_0/\gamma r_0^{\gamma-1}$ . При  $r \rightarrow \infty$  направление вектора  $B$  принимает значения  $\eta=0$ ;  $-\chi$ .

Координата вдоль магнитной линии равна

$$s = \int_{r_0}^r \frac{dr'}{\cos(\gamma\varphi)} = r_0 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi'}{[\sin(\gamma\varphi')]^{1+1/\gamma}} = \frac{r_0}{\gamma} \int_0^{\xi} \frac{d\xi'}{R(\xi')} =$$

$$= \begin{cases} \frac{r_0}{\gamma} \vartheta \left( 1 + \frac{\gamma+1}{6\gamma} \vartheta^2 \right); & |s| \ll r_0 \\ r; & |s| \gg r_0 \end{cases} \quad (1.5)$$

Здесь  $\xi=\psi/A_0$ ;  $\vartheta=\gamma\varphi-\pi/2$ , а «пробочное отношение»

$$R(s) = \frac{|B|}{B_0} = \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\gamma-1} =$$

$$= \begin{cases} 1 + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2} \frac{s^2}{r_0^2} - \frac{\gamma^2(\gamma-1)(7-\gamma)}{24} \left( \frac{s}{r_0} \right)^4; & |s| \ll r_0 \\ \left( \frac{|s|}{r_0} \right)^{\gamma-1}; & |s| \gg r_0 \end{cases} \quad (1.6)$$

определяет конфигурацию поля и продольную динамику частицы, которая описывается гамильтонианом (в приближении  $\mu=\text{const}$  и в системе единиц  $e=m=c=1$ ):

$$H^0 = \frac{p^2}{2} + \mu\omega_0 R(s) = \frac{v^2}{2} = \text{const}, \quad (1.7)$$

где  $p=s\dot{\varphi}$ ;  $\omega_0=B_0$ ;  $\mu = \frac{H^0}{\omega_0} \sin^2 \beta_0$  и  $\beta_0$  — угол между вектором скорости и

магнитной линией в минимуме поля. Если сделать теперь замену времени  $t \rightarrow \lambda t$ , то  $p \rightarrow p/\lambda$ ;  $H^0 \rightarrow \lambda^2 H^0$ . Выбрав  $\lambda^2=2/v^2$ , получим

$$H^0 = \frac{p^2}{2} + P_0^2 R(s) = 1, \quad (1.8)$$

где  $P_0 = \sin \beta_0 > 0$ .

Частота продольных колебаний  $\Omega(P_0)$  находится из соотношения

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{\pi \sqrt{H^0}} \int_0^a \frac{ds}{\sqrt{1 - \frac{R(s)}{R(a)}}} = \frac{\sqrt{2} a}{\pi} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \frac{R(\alpha a)}{R(a)}}}, \quad (1.9)$$

где амплитуда колебаний  $a$  определяется из уравнения  $P_0^2 R(a)=1$ .

Рассмотрим сначала случай большой амплитуды колебаний:  $a \gg r_0$ ;  $P_0^2 = (r_0/a)^{\gamma-1} \ll 1$ . Тогда

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{\sqrt{2} a}{\pi} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^{\gamma-1}}} = \frac{\sqrt{2} a}{\pi} I(\gamma). \quad (1.10)$$

При  $\chi < \pi/2$  ( $\gamma < 2$ ) (см. рисунок) интеграл

$$I(\gamma) = \frac{1}{\gamma-1} B\left(\frac{1}{\gamma-1}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma-1}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma-1}\right)} \approx \sqrt{\frac{\pi}{\gamma-1}}, \quad (1.11)$$

где  $B(x, y)$  обозначает бэ́та-функцию, а последнее приближенное выражение справедливо в интервале  $1 < \gamma \leq 2$ . Например,  $I(2) = 2$ ;  $I(3/2) = 8/3$  и т. д.

Используя соотношения

$$\Omega(H^0, \mu) = \partial H^0(J, \mu) / \partial J, \\ \langle \omega \rangle = \frac{\partial H^0(J, \mu)}{\partial \mu} = - \frac{(\partial J / \partial \mu)_{H^0}}{(\partial J / \partial H^0)_{\mu}} = - \Omega \int dH^0 \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{1}{\Omega} \right),$$

где  $J$  — продольное действие, а  $\langle \omega \rangle$  — среднее значение ларморовской частоты, и учитывая, что  $P_0^2 = \mu \omega_0 / H^0$  и

$$\Omega \propto \mu^{\frac{1}{\gamma-1}} (H^0)^{\frac{\gamma-3}{2(\gamma-1)}},$$

получим

$$\langle \omega \rangle = \frac{2H^0}{\mu(\gamma+1)} = \frac{2\omega_0}{(\gamma+1)P_0^2}. \quad (1.12)$$

Отсюда функция

$$G(P_0) = \frac{\pi \langle \omega \rangle}{\Omega} = \frac{2\sqrt{2}}{\gamma+1} I(\gamma) \omega_0 r_0 P_0^{-\frac{2\gamma}{\gamma-1}}. \quad (1.13)$$

Она дает сдвиг ларморовской фазы на полупериоде продольных колебаний и входит в условие глобальной устойчивости (см. (1.21) ниже).

Найдем теперь резонансное изменение магнитного момента  $\Delta \mu$  (или  $\Delta P_0$ ) на полупериоде продольных колебаний. Согласно [6] (см. также [8, 9])

$$\Delta P_0 = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0} \text{Im} \int d\theta e^{i\theta} \frac{\kappa}{R^{3/2}}, \quad (1.14)$$

где  $\theta$  — ларморовская фаза, и положим  $v^2 = 2$  в соответствии с выбором переменной времени выше. Кривизну магнитной линии находим из (1.3):

$$\kappa = - \frac{\gamma-1}{r_0} R^{-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}. \quad (1.15)$$

В рассматриваемой модели она выражается через  $R(s)$  и не имеет других особенностей в комплексной плоскости кроме точки ветвления  $s = s_p$ , где  $R(s_p) = 0$ . В этой точке  $B(s_p) = 0$ , и поэтому дополнительное слагаемое в подынтегральном выражении (1.14), пропорциональное  $v_{\perp}^2(s_p) = 2\mu\omega(s_p) = 0$ , несущественно (ср. [6]).

Для выбора наиболее удобной переменной интегрирования в (1.14) найдем значение ларморовской фазы  $\theta_p$  в особенности:

$$\theta_p = \int_0^{s_p} \frac{\omega(s) ds}{\dot{s}(s)} = \frac{\omega_0}{v} \int_0^{s_p} \frac{R(s) ds}{\sqrt{1 - \frac{R(s)}{R(a)}}} = \frac{\omega_0 r_0}{\gamma \sqrt{2}} \int_0^{\xi_p} \frac{d\xi'}{\sqrt{1 - \frac{R(\xi')}{R_0}}},$$

где  $R_0 = R(a) = P_0^{-2}$ . Поскольку

$$R(\xi) = (1 + \xi^2)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = [(\xi + i)(\xi - i)]^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}},$$

то  $\xi_p = i$  независимо от  $\gamma$ . При  $\gamma \leq 2$  показатель  $(\gamma-1)/2\gamma \leq 1/4$ , и поэтому  $R$

существенно уменьшается лишь в малой окрестности  $\xi_p$ , так что в интеграле можно положить приближенно  $R(\xi') \approx R(0) = 1$ . Окончательно получаем

$$\theta_p \approx i \frac{\omega_0 r_0}{\sqrt{2} \gamma} \sqrt{\frac{R_0}{R_0 - 1}} \equiv i q_\gamma. \quad (1.16)$$

Согласно данным [10], это приближение можно использовать при  $R_0 \gg \frac{2}{3}$ .

В качестве переменной интегрирования возьмем величину

$$-u = i(\theta - \theta_p) = i q_\gamma (\xi - \xi_p) = \frac{2}{q_\gamma} R^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}. \quad (1.17)$$

Тогда интеграл (1.14) дает

$$\begin{aligned} \Delta P_0 &= -i \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{q_\gamma}{2}\right)^{p-1} \sqrt{\frac{R_0}{R_0-1}} e^{-q_\gamma \sin \theta_0} \int_C \frac{e^{-u} du}{(-u)^p} = \\ &= \frac{\pi}{\Gamma(p)} \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(\frac{q_\gamma}{2}\right)^{p-1} \sqrt{\frac{R_0}{R_0-1}} e^{-q_\gamma \sin \theta_0}, \end{aligned} \quad (1.18)$$

где контур  $C$  охватывает разрез от точки ветвления до бесконечности вдоль действительной оси переменной  $u$  или вдоль мнимой оси величины  $(\theta - \theta_p)$ , а параметр

$$p = \frac{5\gamma-1}{4\gamma} = 1 + \frac{\gamma-1}{4\gamma}. \quad (1.19)$$

Поскольку при  $\gamma \leq 2$  показатель  $(p-1) \leq \frac{1}{3}$ , то можно положить  $(q_\gamma/2)^{p-1} \approx 1$ , а также  $\Gamma(p) \approx 1$  и амплитуда  $\Delta P_0$  равна

$$(\Delta P_0)_m = \pi \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{e^{-q_\gamma}}{\sqrt{1-P_0^2}} \quad (1.20)$$

Отметим, что показатель экспоненты  $q_\gamma$  (1.16), от которого в основном зависит изменение магнитного момента частицы, не равен отношению радиуса кривизны магнитной линии  $\kappa^{-1}$  (1.15) к ларморовскому радиусу  $\rho_0$ . В частности, при  $\gamma \rightarrow 1$  (однородное магнитное поле)  $\kappa \rightarrow 0$ , тогда как  $q_\gamma$  остается конечным (1.16). Этот простой пример показывает, что неадиабатичность движения частицы зависит от весьма деликатных аналитических свойств геометрии магнитного поля. Чтобы пояснить, в чем здесь дело, рассмотрим два поля:

$$(a) R(s) = (1+s^2)^\varepsilon,$$

$$(б) R(s) = 1 + \varepsilon s^2,$$

которые почти совпадают при  $s \rightarrow 0$ . Тем не менее в первом случае (а) нуль поля в комплексной плоскости  $s$ , который и определяет показатель  $q$ , вообще не зависит от  $\varepsilon$  ( $s_p = \pm i$ ), даже если  $\varepsilon \rightarrow 0$  ( $R(s) \rightarrow 1$ ), тогда как во втором случае (б)  $s_p = \pm i/\sqrt{\varepsilon}$  и  $|s_p| \rightarrow \infty$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Подчеркнем, что при получении выражения (1.20) условие  $a \gg r_0$  никак не использовалось (оно нужно только для вычисления частот и функции  $G(P_0)$ ). Поэтому величина  $P_0$  ограничена сверху только приближением, использованным в (1.16).

Граница глобального хаоса определяется стандартным параметром устойчивости [6]

$$K = (\Delta P_0)_m \left| \frac{dG(P_0)}{dP_0} \right| = 8\pi \frac{\gamma I(\gamma)}{\gamma+1} q_\gamma e^{-q_\gamma P_0} P_0^{-\frac{3\gamma-1}{\gamma-1}} \approx 1. \quad (1.21)$$

Последнее равенство и определяет неявно функцию  $\Lambda(P_0)$  на границе, где

$$\Lambda = \frac{\omega_0 r_0}{\sqrt{2}} = \frac{r_0}{\rho_0} = \gamma N \quad (1.22)$$

— (большой) параметр адиабатичности;  $\rho_0 = v/\omega_0$  — «полный» ларморовский радиус на данной магнитной линии, а  $N$  — «полное число» ларморовских радиусов вдоль линии минимумов поля от точки  $B=0$  до магнитной линии ( $dN/dr_0 = 1/\rho_0$ ).

Границу хаоса можно представить также в виде

$$q_\gamma = \frac{N}{\sqrt{1-P_0^2}} = \frac{\Lambda}{\gamma\sqrt{1-P_0^2}} = \frac{3\gamma-1}{\gamma-1} \ln \frac{1}{P_0} + \ln \left[ 8\pi \frac{\gamma I(\gamma)}{\gamma+1} q_\gamma \right]. \quad (1.23)$$

При заданном  $P_0 (\ll 1)$  уменьшение  $\Lambda$  с  $\gamma$  в левой части последнего равенства почти компенсируется увеличением множителя  $(3\gamma-1)/(\gamma-1)$ . Величина же  $N$  при этом только возрастает, что сужает область устойчивости при уменьшении  $\gamma$ , но расширяет ее при увеличении  $\gamma$ .

Рассмотрим теперь другую асимптотику:  $a \ll r_0$  (1.6). В этом случае (см. [6],  $v^2=2$ )

$$\begin{aligned} H^0(J, \mu) &= \mu\omega_0 + J\sqrt{2\mu\omega_0}/L, \\ \Omega &= \sqrt{2\mu\omega_0}/L = \sqrt{2}P_0/L, \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$\langle \omega \rangle = \frac{\omega_0}{2} (1 + P_0^{-2}),$$

$$G(P_0) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} L\omega_0 (P_0^{-1} + P_0^{-3}),$$

где  $L^2 = 2r_0^2/\gamma(\gamma-1)$ .

Выражение же для  $\Delta P_0$  остается прежним (1.20). Поэтому параметр устойчивости равен

$$K = \frac{3\pi^2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}} q_\gamma e^{-q_\gamma} \left( \frac{1}{P_0^4} + \frac{1}{3P_0^2} \right), \quad (1.25)$$

а границу хаоса можно представить в виде

$$q_\gamma = \frac{N}{\sqrt{1-P_0^2}} = \frac{\Lambda}{\gamma\sqrt{1-P_0^2}} = 4 \ln \frac{1}{P_0} + \ln \left( 1 + \frac{P_0^2}{3} \right) + \ln \left[ 3\pi^2 \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{1}{2\gamma} q_\gamma \right]. \quad (1.26)$$

В этом пределе  $\Lambda \propto \gamma$ , однако  $N$  практически не зависит от  $\gamma$ .

## 2. Некоторые уточнения

Границу хаоса (1.26) при  $a \ll r_0$  можно несколько уточнить за счет учета ангармоничности продольных колебаний аналогично работе [10] (§ 3). Из (1.6) находим параметр ангармоничности

$$\eta = -\frac{7-\gamma}{6(\gamma-1)} \quad (2.1)$$

и из [10] (исправив опечатку в (3.6))

$$\langle \omega \rangle = \frac{\omega_0}{2} \left[ 1 + P_0^{-2} + \frac{3\eta}{4} (1 - P_0^{-2})^2 \right],$$

$$\Omega = \frac{\sqrt{\gamma(\gamma-1)}}{r_0} P_0 \left[ 1 - \frac{3\eta}{4} (1 - P_0^{-2}) \right],$$

откуда

$$G(P_0) \approx \frac{\pi}{2\sqrt{\gamma(\gamma-1)}} \frac{\omega_0 r_0}{P_0} \left( 1 + 3\eta + \frac{1-3\eta}{P_0^2} \right), \quad (2.2)$$

и уточненный параметр устойчивости (ср. (1.25))

$$K = \frac{3\pi^2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}} q_1 e^{-q_1} \left( \frac{1-3\eta}{P_0^4} + \frac{1+3\eta}{3P_0^2} \right). \quad (2.3)$$

Границу хаоса при  $a \gg r_0$  также можно уточнить, записав вместо (1.6)

$$R(s) \approx \left( \frac{|s|}{r_0} \right)^{\gamma-1} + \Delta(\gamma). \quad (2.4)$$

Например,

$$\Delta(2) = \sqrt{2} E \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} K \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx 0,60, \quad (2.5)$$

где  $K$ ,  $E$  — полные эллиптические интегралы (в [6] эта величина вычислена неправильно (3.34)).

Можно поступить и по-другому: определить  $\Delta(\gamma)$  из условия касания обеих асимптотик поля (1.6) в некоторой точке  $s=s_1$ . Имеем

$$\gamma(\gamma-1) \frac{s_1}{r_0^2} \approx \frac{\gamma-1}{r_0} \left| \frac{s_1}{r_0} \right|^{\gamma-2}; \quad \left| \frac{s_1}{r_0} \right| \approx \left( \frac{1}{\gamma} \right)^{\frac{1}{3-\gamma}},$$

откуда

$$\Delta(\gamma) \approx 1 + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2} \left( \frac{s_1}{r_0} \right)^2 - \left( \frac{s_1}{r_0} \right)^{\gamma-1} = 1 - \frac{3-\gamma}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \right)^{\frac{\gamma-1}{3-\gamma}}. \quad (2.6)$$

В частности,  $\Delta(2)=0,75$ , что близко к (2.5).

Используя (2.4), получаем частоту продольных колебаний аналогично (1.10):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega} &= \frac{\sqrt{2}}{\pi} I(\gamma) \frac{r_0}{P_0} \left( \frac{1}{P_0^2} - \Delta \right)^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\pi} I(\gamma) r_0 (\mu\omega_0)^{-\frac{1}{\gamma-1}} (H^0 - \mu\omega_0\Delta)^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Из второго выражения находим аналогично (1.12):

$$\langle \omega \rangle = \frac{2}{\gamma+1} \frac{H^0 - \mu\omega_0\Delta}{\mu} + \omega_0\Delta = \frac{2\omega_0}{(\gamma+1)P_0^2} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \omega_0\Delta. \quad (2.8)$$

Отсюда

$$G(P_0) = \frac{\sqrt{2}}{\gamma+1} \frac{I(\gamma)}{P_0} r_0 \omega_0 \left[ \frac{2}{P_0^2} + (\gamma-1)\Delta \right] \left( \frac{1}{P_0^2} - \Delta \right)^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}}. \quad (2.9)$$

Это выражение имеет смысл при  $P_0^2 \lesssim (1/\gamma)^{-(\gamma-1)/(3-\gamma)}$  (см. (2.6)).

### 3. Коническая ловушка

В цилиндрической геометрии не удалось найти достаточно простой модельной конфигурации поля с асимптотически наклонными магнитными линиями («коническая» ловушка). Поэтому для грубых оценок используем результаты разд. 1 для плоской геометрии поля и особенности перехода к цилиндрической геометрии, выясненные в [6]. Качественно геометрия магнитного поля по-прежнему представляется схемой на рисунке, где ось  $x$  является теперь осью симметрии магнитного поля,  $y$  — радиальная координата, а  $\chi$  — угол раствора конуса ловушки. Если разность  $|\gamma-2|$  не слишком велика, то можно использовать соотношения разд. 1 со следующими изменениями (ср. [6]).

1. Конфигурация магнитного поля определяется теперь выражением

(ср. (1.6))

$$R(s) \approx \left(\frac{l}{l_0}\right)^{\gamma-1} \approx \begin{cases} \left|\frac{s}{l_0}\right|^{\gamma-1}, & s \rightarrow -\infty, y \rightarrow \infty \\ 1 + \gamma(\gamma-1) \left(\frac{s}{l_0}\right)^2, & |s| \ll l_0, \\ 2 \left(\frac{s}{l_0}\right)^{\gamma-1}, & s \rightarrow +\infty, y \rightarrow 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $l^2 = (2x)^2 + y^2$ ;  $2x_0, y_0$  — положение минимума поля, а численные коэффициенты выбраны таким образом, чтобы получились правильные выражения при  $\gamma=2$  [6].

2. Асимметрия поля приводит к некоторому уменьшению критического значения параметра устойчивости

$$K_{кр} \approx 2/3, \quad (3.2)$$

определенного по первой ( $s \rightarrow -\infty$ ) асимптотике (3.1) (при этом исправлена ошибка в формуле (14.26) [6], где должно быть  $|K_0|_{кр} = 1/3, K_0 = K/2$ ).

3. В показателе экспоненты  $q_\gamma$  появляется дополнительный множитель  $(2/3)$ , так что вместо (1.16) имеем

$$q_\gamma = \frac{\sqrt{2} \omega_0 l_0}{3\gamma \sqrt{1-P_0^2}} = \frac{2N}{3\sqrt{1-P_0^2}}, \quad (3.3)$$

где  $N = l_0/\gamma\rho_0 = \Lambda/\gamma$  (ср. (1.22)).

В результате положение границы хаоса в конической ловушке может быть приближенно описано следующими соотношениями:

$$\frac{18\pi^{3/2}\gamma}{(\gamma+1)\sqrt{\gamma-1}} q_\gamma e^{-q_\gamma} \approx P_0^{\frac{3\gamma-1}{\gamma-1}} \quad (3.4)$$

при  $P_0 \ll 1$  (ср. (1.21)) и

$$\frac{9\pi^2}{4} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}} q_\gamma e^{-q_\gamma} \approx \frac{P_0^4}{1+P_0^2/3} \quad (3.5)$$

при  $P_0 \approx 1$  (ср. (1.25)).

Напомним, что при  $1-P_0 \ll 1$  полученные выражения становятся неприменимыми (см. (1.16)). С другой стороны, в цилиндрической геометрии невозможно задать начальные условия движения, соответствующие  $P_0=1$  ( $v_\parallel=0$ ) на всей ларморовской окружности. Это связано с тем, что в отличие от плоской геометрии магнитные линии теперь нигде не параллельны. Грубо, максимальный угол между магнитными линиями, проходящими через ларморовскую окружность и ее центр, можно оценить как  $\text{tg } \alpha_m \approx \rho_0/l_0 = 1/\gamma N$ . Откуда максимальное значение угла  $\beta_0$  определяется из  $\text{ctg } \beta_0 = \text{tg } \alpha_m \approx 1/\gamma N$  и минимальное  $R = P_0^{-2} = \sin^{-2} \beta_0$  есть

$$R_0^{(\text{мин})} \approx 1 + \frac{1}{(\gamma N)^2}. \quad (3.6)$$

Следует также отметить, что в области глобального хаоса ( $K > K_{кр}$ ) вблизи его границы хаотическая компонента занимает только около 50% фазового объема [9]. Даже при  $K = 2K_{кр}$  области устойчивости (удержания частиц) составляют все еще около 20%. Помимо этого скорость диффузии в этой области резко падает пропорционально  $(K - K_{кр})^3$  [11].

В заключение можно сказать, что предложенная Димовым коническая ловушка со встречными пробками действительно содержит некоторые новые возможности оптимизации удержания частиц и стабилизации плазмы в амбиполярной ловушке.

Пользуюсь случаем выразить искреннюю признательность Г. И. Димову, Д. А. Панову и Д. Д. Рютову за интересные обсуждения.



## Литература

1. Димов Г. И., Закайдаков В. В., Кишеневский М. Е. Физика плазмы, 1976, т. 2, с. 597.
2. Fowler T. K., Logan B. G. Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion, 1977, v. 2, p. 167.
3. Logan B. G. Ibid., 1981, v. 6, p. 199.
4. Арсенин В. В. Физика плазмы, 1982, т. 8, с. 484.
5. Димов Г. И. Препринт ИЯФ 82-150, Новосибирск, 1982.
6. Чуриков Б. В. В сб.: Вопросы теории плазмы/Под ред. Кадомцева Б. Б. М.: Энергоатомиздат, 1984, вып. 13, с. 3.
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958.
8. Cohen R. H., Rowlands G., Foote J. H. Phys. Fluids, 1978, v. 21, p. 627.
9. Chirikov B. V. Phys. Reports, 1979, v. 52, p. 263.
10. Чуриков Б. В. Физика плазмы, 1978, т. 4, с. 521.
11. Чуриков Б. В., Шепелянский Д. Л. Препринт ИЯФ 85-29, Новосибирск, 1985.

Институт ядерной физики  
СО АН СССР

Поступила в редакцию  
5.VII.1985