

Барыков
1988.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Д17-88-95

**IV Международный симпозиум
по избранным проблемам
статистической механики**

Дубна, 25-29 августа 1987 года



**IV International Symposium
on Selected Topics
in Statistical Mechanics**

Dubna, 25-29 August 1987

Дубна, 1988

О Г Л А В Л Е Н И Е

Вступительное слово председателя Оргкомитета академика Н.Н.Боголюбова на открытии Симпозиума	10
A.A.Бакасов	
Гамильтонова формулировка теории многофотонных процессов в атомах, базирующаяся на первых принципах.....	12
И.В.Барашенков, Х.Т.Холмуродов	
Бозе-газ с двух- и трехчастичным взаимодействием: эволюция солитоноподобных "пузырьков".....	24
Е.К.Башкиров, Н.Н.Боголюбов/мл./, А.С.Шумовский	
К теории сверхизлучения с учетом когерентной накачки.....	30
V.P.Belavkin, V.P.Maslov	
Quantum Random Processes and Kinetic Equations of Multi-Quantum Systems	38
Ch.C.Bernido	
On Probability Functions with Topological Constraints and Path Integrals	47
А.А.Бирюков	
Уравнения квантовой статистической механики и уравнения квантовой теории поля с контрчленами	55
J.G.Brankov, D.M.Danchev	
On the Limit Gibbs States of the Spherical and Mean Spherical Models	59
А.И.Бугрий	
Термодинамика плоской модели Изинга с взаимодействием ближайших соседей на прямоугольной решетке конечных размеров	66
М.И.Владимир, В.А.Москаленко, В.В.Скафару	
Модель спинового стекла с двухчастичными кластерами.....	71
Во Хонг Ань, Во Хань Фук, Ле Ву Ки	
.Квантовая теория магнон-фононного взаимодействия в редкоземельных ортоферритах	76

Г.М. Гавриленко	
Вторичное квантование динамических систем с неопределенностью части фазовых состояний	83
Z.M.Galasiewicz	
Magnetic Type "Charge" (Monopole) for Superfluid Velocity in ${}^3\text{He-A}$ and ${}^3\text{He-B}$	88
И. Г. Гочев	
Обобщение анзаца Бете на случай связанных состояний магнонов в гейзенберговской цепочки с $S > 1/2$	95
А.С. Давыдов	
Двухкомпонентные солитоны в квазидномерных молекулярных системах	98
И.В. Евсеев, В.М. Ермаченко	
Поляризационная эхо-спектроскопия атомов и молекул, взаимодействующих посредством упругих деполяризующих столкновений	107
Р.С. Егикян, Е.П. Жидков	
О решении обратной задачи рассеяния на полупрямой	115
В.И. Емельянов	
Неустойчивости и фазовые переходы с образованием упорядоченных поверхностных структур под действием внешних потоков энергии	119
А.Н. Ермилов	
Упорядочение и фазовые переходы в замороженной модели Поттса	129
П.Е. Жидков	
Об устойчивости уединенных волн	134
Р.О. Зайцев	
О возможности решения проблемы $1/f^\alpha$ -шума методом ренормгруппы и неравновесного статистического оператора	139
Р.О. Зайцев, В.А. Иванов	
Парамагнитные свойства электронов в модели Хаббарда и бозе-конденсация электронных пар	146
В.М. Зверев, В.П. Силин	
Фазовый переход в самосогласованной флюктуационно-фононной /СФФ/ модели магнетика	154
Ю.А. Изюмов, В.М. Лаптев	
Квазидномерная модель Крумхансла - Шриффера и диффузное рассеяние в структурно-неустойчивых кристаллах	162

Н.Г.Иноземцева, Б.И.Садовников	
Об одном пространственно-неоднородном решении модели Каца	165
А.А.Исаев, С.В.Пелетминский, В.И.Приходько	
Нелокальная гидродинамика двумерных систем с учетом флуктуаций	171
E.R.Caianiello	
Totally Discontinuous Systems: Neutral Nets, Cellular Automata, Spins	181
H.W.Capel	
Stability of Phase Diagram of Liquid ^3He	194
М.Ю.Ковалевский, В.А.Красников, С.В.Пелетминский	
О связи потоков аддитивных интегралов движения в состоянии статистического равновесия конденсированных сред	202
М.Ю.Ковалевский, С.В.Пелетминский, А.А.Рожков	
Бозе-конденсация спиновых волн и функции Грина спиральных магнетиков	208
М.Ю.Ковалевский, А.Н.Тарасов	
Включение электромагнитного взаимодействия в обобщенных системах и калибровочная инвариантность физических величин.....	216
E.A.Кочетов	
Точно решаемые N-уровневые обобщения модели Джейнса - Каммингса	224
В.В.Красильников, С.В.Пелетминский, А.А.Рожков, Л.А.Яценко	
К теории сверхтекучей ферми-жидкости	228
А.Л.Куземский, Д.Марваков	
Гейзенберговский антиферромагнетик и аномальные средние	236
В.В.Курышкин, Э.Э.Энтральго	
Нестандартные алгебры операторов рождения и уничтожения	241
Е.А.Лучинская, В.Н.Рыжов, Е.Е.Тареева	
К теории квадрупольных стекол	246
A.V.Makhankov, V.G.Makhankov	
Classical Analogues of XXZ Heisenberg Model	251
F.Mancini, M.Marinaro, H.Matsumoto	
Thermo Field Dynamics: a Quantum Field Theory at Finite Temperature	257
В.Д.Озрин	
К кинетической теории корреляционных функций скорости газа Лоренца	265

В.А.Осипов, В.К.Федягин	
Солитоны в модели линейных двухатомных полимеров	272
N.M.Plakida, V.L.Aksenov, S.L.Drechsler	
Anharmonic Model for High- T_c Superconductors	280
В.Н.Плечко	
• Фермионный функциональный интеграл в двумерных изинговских моделях на декорированных решетках	291
Д.И.Пушкаров, Е.Д.Атанасова	
Диффузия дефектонов во вращающемся квантовом кристалле	304
Д.И.Пушкаров, Е.Д.Атанасова	
Закон сохранения квазимпульса в деформируемых телах.....	309
К.А.Рустамов	
Интегродифференциальное представление для многокомпонентных моделей статистической физики, их алгебраические свойства.	
Внутризонные когерентные и сжатые состояния	313
В.Н.Рыжов, Е.Е.Тареева	
Метод нелинейных уравнений для условных функций распределения в классической статистической механике	317
Б.И.Садовников, М.Х.Харрасов	
О предельных соотношениях для корреляционных функций слаборелятивистских систем	324
В.В.Самарцев, Н.Б.Силаева	
Теоретические и экспериментальные проблемы оптических переходных и сверхизлучательных явлений	330
Д.П.Санкович	
Метод формальной диагонализации обобщенного уравнения Лиувилля	339
О.В.Селюгин, М.А.Смодырев	
Разложения слабой и сильной связи в модели полярона	344
И.В.Стасюк	
Естественные и индуцированные оптические эффекты в кристаллах с фазовыми переходами типа порядок-беспорядок	360
Y.Takahashi	
Hydrodynamics as a Galilei Invariant Field Theory	365

М.Т.Тураев	
Самокорреляционная генерация когерентного излучения в парамагнетике	371
Z.Ficek, R.Tanaś, S.Kielich	
Collective Quantum Beats in Spontaneous Emission from Two Nonidentical Atoms	376
В.Т.Хозяинов	
Дифференциально-геометрические аспекты теории сегнетоэлектричества	380
Ю.А.Церковников	
Корреляционные функции слабонеидеального бозе-газа	387
P.Ziesche, G.Diener, J.Gräfenstein, R.Kaschner, O.H.Nielsen	
The Local Quantum-Mechanical Momentum Balance and Its Consequences: Force Sum Rules and Stress Formulae	397
А.В.Чалый	
Неоднородные жидкости вблизи критической точки и границы устойчивости	405
Б.В.Чириков	
Динамические механизмы шума	415
Н.С.Шавохина	
Теория ареальных объектов	423
А.С.Шумовский, В.И.Юкалов	
О новой формуле для температуры сверхпроводящего перехода	434
В.И.Юкалов	
Эффект Мессбауэра в магнитных материалах	444
В.И.Юкалов	
Система двухуровневых атомов с нитевидной структурой возбуждений	468
И.Р.Юхновский	
Принципиальное решение задачи о критической точке жидкость-пар	484

ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ ШУМА

Б.В.Чириков

Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск

Характерной особенностью "статистической системы" является принципиальная роль случайных флуктуаций, или "шума", той или иной природы. Именно шум, с одной стороны, не позволяет предсказывать ее полную чрезвычайно сложную динамическую эволюцию, но, с другой стороны, резко упрощает статистическое (неполное) описание наиболее существенного в такой системе процесса невозвратимой (апериодической) релаксации.

До недавнего времени рассматривался только один динамический механизм шума (будем называть его традиционным), связанный с очень большим числом N степеней свободы полностью интегрируемой динамической системы. Хотя при любом конечном N движение такой системы является квазипериодическим, т.е. имеет дискретный спектр, ее траектория настолько сложна и запутана, что оказывается весьма хорошей имитацией "случайного" процесса.

Интенсивные исследования последнего времени вскрыли совершенно другой динамический механизм шума, не зависящий от N и определяемый сильной неустойчивостью движения, которая совершенно не нужна для традиционного механизма. Этот новый феномен получил название динамического хаоса.

Основной целью доклада является обсуждение взаимосвязи двух механизмов шума в классической и квантовой механике.

I. Термодинамический предел. Ниже мы ограничимся только простыми моделями, чтобы сосредоточиться на принципиальных вопросах механизмов шума. Начнем с классического многомерного линейного осциллятора. Такая система является, как хорошо известно, полностью интегрируемой, и для каждого конкретного выбора матрицы потенциальной энергии

$$H_{mn} = \omega_n^2 \delta_{mn} + \varepsilon \alpha_{mn}, \quad (1)$$

где ε - малый параметр возмущения (связи), решение может быть найдено в явном виде путем диагонализации этой матрицы. Мы можем,

однако, поставить более сложный вопрос о типичном (наиболее вероятном) поведении осциллятора. Этот вопрос может быть решен с помощью статистической теории, в которой элементы матрицы H_{mn} считаются случайными числами из некоторого ансамбля. Хотя для каждой данной реализации матрицы (1) величины α_{mn} не зависят от времени, их случайный разброс и есть источник непрерывно флюктуирующего шума при $N \rightarrow \infty$.

Разобьем многомерный осциллятор на две неравные части: "пробный" осциллятор $n = 0$ (в дальнейшем этот индекс опускаем) и "термостат" $n = 1, \dots, N$. Диагонализовав термостат, т.е. представив его в виде нормальных мод $Q_n = B_{nm} q_m$, где B_{nm} — ортогональная матрица, приходим к классической задаче Боголюбова ⁽¹⁾ о статистической релаксации в системе с гамильтонианом

$$H = E + \sum_{n=1}^N (E_n + \varepsilon \alpha_n Q_n q); \quad E_n = \frac{1}{2} (p_n^2 + \omega_n^2 q_n^2). \quad (2)$$

Можно проверить, что новые $\alpha_n \sim \alpha_{mn}$, так же как и ω_n , хотя их точные значения, конечно, изменились. В ⁽¹⁾ показано, что при определенных условиях происходит статистическая экспоненциальная релаксация пробного осциллятора со скоростью (для энергии или температуры)

$$\gamma = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\varepsilon^2 \alpha^2(\omega) \tilde{\sigma}(\omega)}{\omega^2}, \quad (3)$$

где $\tilde{\sigma} = dn/d\omega_n \sim N/\Delta$ — плотность невозмущенных частот ω_n , распределенных в интервале $\Delta \ll \omega$.

Главное условие релаксации в модели (1) — переход к термодинамическому пределу (ТП) в термостате

$$N \rightarrow \infty; \quad \varepsilon \rightarrow 0; \quad \frac{\gamma}{\Delta} \sim \varepsilon^2 N = \text{const} \ll 1. \quad (4)$$

В последней оценке использована нормировка $\alpha_{mn} \sim \Delta \omega_n^2 \sim \omega_n \Delta$. В ТП спектр возмущения пробного осциллятора становится непрерывным. Важность этого условия состоит в том, что только непрерывный спектр может обеспечить неограниченную во времени релаксацию, т.е. некоторый апериодический процесс, характерный для статистической механики.

Релаксация будет экспоненциальной, если отношение γ/Δ достаточно мало, а функция $\gamma(\omega)$ — непрерывна (несингулярна) в ТП ⁽¹⁾. Отсюда немедленно следует лоренцев спектр собственных векторов матрицы (1):

$$\beta_n^2 \approx \frac{\gamma}{2\pi\tilde{\omega}} \cdot \frac{1}{(\Delta\omega)^2 + \gamma^2/4} = \frac{\tilde{\omega}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\Delta n)^2 + \tilde{\omega}^2/4}. \quad (5)$$

Здесь $\Delta\omega = \omega - \omega_n$; $\Delta n = \tilde{\omega} \cdot \Delta\omega$ – расстройка от резонанса в числе нормальных мод, а новый параметр $\tilde{\omega} = \gamma\tilde{\omega}$ характеризует число осцилляторов термостата, с которыми эффективно взаимодействует пробный осциллятор в процессе релаксации.

Подчеркнем еще раз, что для традиционного механизма шума необходимо фактическое взаимодействие релаксирующей системы с большим числом $N \rightarrow \infty$ других степеней свободы, т.е. нужен очень многомерный "термостат" в "типичном" состоянии, определяемом некоторым статистическим ансамблем.

2. Динамический хаос. Рассмотрим теперь совершенно другой механизм шума – динамический хаос, который был открыт или, лучше сказать, понят в результате интенсивных исследований последнего времени (см., например, ^{1, 2, 3}). Наиболее ярким отличием нового механизма шума от традиционного является его принципиальная независимость от числа степеней свободы замкнутой системы, которое может быть и очень небольшим.

Начнем с двух "простых" примеров. Первый из них – движение кометы Галлея с учетом возмущения Юпитера ⁴, знаменитая задача трех тел. Второй пример – классический фотозадвигт в водороде ⁵. Простейшая модель обоих явлений описывается одним и тем же двумерным каноническим отображением

$$w_{n+1} = w_n + \mu F(x_n); \quad x_{n+1} = x_n + w_{n+1}^{-3/2}, \quad (6)$$

которое определяет изменение энергии w кометы (электрона) и фазы возмущения x Юпитера (монохроматического электрического поля) за один оборот кометы (электрона); μ – малый параметр возмущения, пропорциональный массе Юпитера (напряженности поля); $F(x)$ – периодическая функция, причем во втором примере $F(x) = \sin(2\pi x)$.

Рассматриваемый механизм шума объясняется сильной неустойчивостью движения, вследствие которой среднее расстояние между близкими траекториями $d \sim d_0 \exp(ht)$ растет экспоненциально; h называется метрической энтропией.

Согласно алгоритмической теории Колмогорова хаотическая траектория непредсказуема в том смысле, что связанная с ней плотность информации $I(t)/|t| \rightarrow h$ ($t \rightarrow \pm\infty$) не убывает с течением времени ⁶, и эту дополнительную информацию принципиально нельзя получить ни из каких измерений любого предыдущего отрезка траектории с произвольной конечной точностью $\xi \rightarrow +0$.

Разумеется, на конечном интервале времени предсказание хаотической траектории вполне возможно и определяется параметром случайности^{7/}

$$\mathcal{R} = \frac{h|t|}{|\ln \epsilon|}. \quad (7)$$

Предсказание соответствует области временного детерминизма $\mathcal{R} \leq 1$, которая переходит с ростом \mathcal{R} в область асимптотической случайности ($\mathcal{R} \gg 1$). Так, например, хотя траектория кометы Галлея предсказывается с огромной точностью на интервале в несколько месяцев и вполне удовлетворительно даже на одном обороте (75 лет), нет никакой возможности предсказать, будет ли комета выброшена из Солнечной системы при ближайшем пересечении ее орбиты с орбитой Юпитера через примерно 100 оборотов.

Причина, по которой очень сложное (хаотическое) движение оказывается возможным в очень простых системах, состоит в том, что от системы "требуется" только сильная (экспоненциальная) неустойчивость. Источник же динамического хаоса лежит в непрерывности фазового пространства классической механики, так что точно заданные (абстрактно!) начальные условия движения уже содержат в себе бесконечную информацию, которая и "развертывается" во времени с помощью механизма локальной неустойчивости. В любой чисто динамической системе начальные условия полностью определяют, конечно, всю траекторию, но в неустойчивой системе почти любая траектория оказывается хаотической^{6/}.

Для нового механизма шума требуется все же следующая минимальная статистическая гипотеза: начальные условия движения не должны принадлежать некоторому особому множеству нулевой меры, к которому относится, в частности, и всюду плотное множество неустойчивых периодических траекторий.

Значение динамического хаоса состоит прежде всего в том, что он распространяет статистическую механику на совершенно новую область простых (с небольшим N) динамических систем. Разумеется, статистические законы в этой новой области, вообще говоря, существенно иные, чем в традиционном термодинамическом пределе, которого здесь просто нет. Так, например, даже микроканоническое распределение, вообще говоря, не достигается, если хаотическая компонента занимает лишь часть энергетической поверхности.

Динамический хаос находит многочисленные приложения в различных областях классической механики и других наук. Уже прошло то время, когда это явление было экзотикой и вызывало недоумение. Однако при попытке рассматривать его как некоторый фундаментальный закон физики

возникает "небольшая" трудность - классической механики на самом деле нет, это - лишь приближение, предел квантовой механики.

3. Квантовый хаос? На первый взгляд кажется, что в квантовой механике хаос неизбежен вследствие вероятностной интерпретации основной квантовой величины - вектора состояния ψ . Однако этот хаос проявляется лишь в особом процессе - измерении, который в некотором смысле является "чужеродным" для квантовой механики, поскольку он связан с грубым "вторжением" в нее классического прибора, наблюдателя и т.п.

Возможен ли хаос в собственно квантовой динамике, т.е. в процессе эволюции вектора состояния $\psi(t)$? Оказывается, что нет, поскольку спектр энергий и частот финитной квантовой системы всегда дискретный. Это было ясно уже Крылову ^{/8/} и связано в конечном счете с фундаментальным свойством дискретности фазового пространства (см. ^{/9,10/}). С другой стороны, не менее фундаментальный принцип соответствия требует перехода к классическому хаосу. Этот кажущийся парадокс обсуждался и был разрешен в ^{/9/} на основе введения характерных временных масштабов квантовой эволюции. Наиболее важный из них - диффузионный $t_d \sim \hbar \eta$, где η - плотность уровней энергии (или квазиэнергии).

Как показывает детальное численное моделирование ^{/9,11,12/}, для $t \lesssim t_d$ в квантовой системе также происходит релаксация, близкая к классической при дополнительном условии ^{/13/} $V\eta \gtrsim 1$, где V - матричный элемент возмущения. Это неравенство означает сильное смешивание невозмущенных состояний. В обратном предельном случае ($V\eta \ll 1$) невозмущенные состояния сохраняются независимо от поведения системы в классическом пределе. При $t \gg t_d$ релаксация полностью прекращается, переходя в стационарные колебания, происходит квантовая локализация хаоса.

Физический смысл диффузионного масштаба t_d прямо связан с соотношением неопределенности между энергией и временем, поскольку дискретность спектра проявляется лишь на временах $t \gg \hbar / \Delta E = \hbar \eta \sim t_d$. Если движение в классическом пределе имеет непрерывный спектр (классический хаос), то $\eta \rightarrow \infty$ и t_d неограниченно возрастает.

Но подобное соотношение неопределенности (между частотой и временем) существует и в классической механике, причем средняя плотность частот $\tilde{\sigma}$, очевидно, также определяет некоторый характерный временной масштаб эволюции при конечном N . Напрашивается аналогия ^{/10/} между термодинамическим пределом в классической модели ($N, \tilde{\sigma} \rightarrow \infty$) и классическим пределом в квантовой системе (η ,

$t_f \rightarrow \infty$). Наиболее существенное отличие связано с тем, что предельный непрерывный спектр в квантовой системе зависит не только от числа ее степеней свободы N (которое, как и в классическом динамическом хаосе может быть небольшим), но и от большого числа частот $N_\omega \propto \zeta$, определяющих квантовую динамику при любом N . В традиционной статистической механике (квантовой) учитывается только рост $N_\omega \sim N$ за счет N . Однако при условии хаоса в классическом пределе $N_\omega \rightarrow \infty$ независимо от N . В этом и заключается основное значение классического динамического хаоса в проблеме квантового хаоса. Отметим, что наглядно можно трактовать возникновение хаоса в классической системе как некоторый предельный переход $N_\omega \rightarrow \infty$ (из-за расходимости рядов теории возмущений) при конечном N .

Для любого конечного N_ω , т.е. сколь угодно далеко в квазиклассической области (но не в классическом пределе!), квантовый хаос есть не более чем имитация настоящего динамического хаоса. Поэтому иногда говорят о квантовом псевдохаосе, или о переходном (временном) хаосе /10/.

4. Хаотические стационарные состояния. Развивая аналогию с классической моделью (1), обратим внимание, что величины H_{mn} можно рассматривать и как матричные элементы оператора Гамильтона некоторой квантовой системы с дискретным спектром. Пожалуй, самое удивительное и неожиданное в этой аналогии состоит в том, что весьма специальная классическая система (линейный осциллятор!) оказывается эквивалентной целому широкому классу квантовых систем.

Типичное поведение таких систем описывается статистической теорией случайных матриц (ТСМ) /14/. Для действительных H_{mn} обычно выбирается так называемый гауссов ортогональный ансамбль (ГОА), который инвариантен относительно любого поворота базисных векторов. Этот статистический принципложен Дайсоном в основу его варианта ТСМ. В классической модели это соответствует условию $\alpha = \gamma^2 \gg N$ (п.1), т.е. эргодичности собственных векторов в полном базисе размерности N (см. (5)). Однако в квантовой системе это невозможно при больших N из-за неминуемого образования энергетического слоя конечной толщины, переходящего в классическом пределе в энергетическую поверхность. Таким образом, существующая ТСМ является локальной и справедлива лишь при условии $N \ll \alpha$ /15/. Глобальная структура стационарных состояний проявляется только при $N \gg \alpha$. В этом случае релаксация в классической модели становится экспоненциальной, а форма энергетического слоя соответствующей квантовой системы – лоренцевой (5). Параметр α определяет ширину слоя и физическую размерность собственных векторов (в отличие от произвольной размерности

N модели ТСМ). Глобальная структура особенно существенна в сложных атомах, где $\chi \sim 10$ (см. /15/) (в ядрах $\chi \sim 10^6$!).

Хаотические стационарные состояния образуются при условии хаоса в классическом пределе и смешивания невозмущенных квантовых состояний ($\chi \gg 1$).

"Деформированные" (смешанные) ансамбли матриц вида (1) исследовались в ряде работ (см. /14/) в рамках естественного внутреннего развития ТСМ, а также как попытка учета "порядка" (ω_n^2) наряду с "хаосом" α_{mn} в сложных ядрах /16/. Однако обычно интересовались только пределом ТСМ ($\chi \gg N$). На мой взгляд, наибольший интерес представляет как раз промежуточный случай $1 \ll \chi \ll N$ (глобальная ТСМ) с квантовым аналогом микроканонического распределения (5). Дальнейшее развитие ТСМ будет сопровождаться, по-видимому, еще большей конкретизацией ансамбля матриц и, в частности, отказом от однородного ГОА для возмущения α_{mn} . Только таким путем можно ввести в статистическую ТСМ число степеней свободы квантовой системы, что весьма существенно для процесса квантовой локализации на энергетической "поверхности" (см. /15/).

Подводя итоги, можно констатировать, что новый механизм шума (динамический хаос), хотя и ограничен только классической механикой, позволяет тем не менее заменить термодинамический предельный переход переходом к классическому пределу и тем самым распространить традиционный механизм шума на квантовые системы с небольшим числом степеней свободы, но только в квазиклассической области.

Литература

1. Боголюбов Н.Н. Избранные труды. Киев: Наукова думка, 1970, т.2, с.77.
2. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. М.: Наука, 1984.
3. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984.
4. Вечеславов В.В., Чириков Б.В. Хаотическая динамика кометы Галлея. Препринт ИЯФ 86-184, Новосибирск, 1986.
5. Делоне Н.Б., Крайнов В.П., Шепелянский Д.Л.-Успехи физ.наук, 1983, т.140, с.335.
6. Alekseev V.M. and Yakobson M.V.-Phys. Reports, 1981, v.75, p.287.
7. Chirikov B.V. Proc. Int. Conf. on Plasma Physics, Lausanne, 1984, v.2, p.761.
8. Крылов Н.С. Работы по обоснованию статистической физики. М.: АН СССР, 1950.
9. Chirikov B.V., Izrailev F.M., Shepelyansky D.L.-Sov. Sci. Rev. C, 1981, v.2, p.209.

10. Chirikov B.V.-*Foundations of Physics*, 1986, v.16, p.39.
11. Casati et al. *Lecture Notes in Physics*, 1979, No 93, p.334.
12. Shepelyansky D.L.-*Physica D*, 1983, v.8, p.208.
13. Щуряк Э.В.-Ж.эксп. и теор. физ., 1976, т.71, с.2039.
14. Brody T.A. et al.-*Rev. Mod. Phys.*, 1981, v.53, p.385.
15. Chirikov B.V.-*Phys. Lett. A*, 1985, v.108, p.68.
16. Zirnbauer M.R. et al.-*Nucl. Phys. A*, 1983, v.411, p.161.